Helsingin yliopisto

Pro gradu

Matematiikka feodaaliajan Japanissa

Joni Alvajärvi

Huhtikuu 2018

Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

MATEMAATTIS-LUONNONTIETEELLINEN TIEDEKUNTA
MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA FAKULTETEN
FACULTY OF SCIENCE

Tiedekunta – Fakultet – Faculty	Koulutusohjelma – Utbildningsprogram – Degree programme
Matemaattis-luonnontieteellinen	Matematiikka

Tekijä – Författare – Author

Joni Tommi Alvajärvi

Työn nimi – Arbetets titel – Title

Matematiikka feodaaliajan Japanissa

Työn laji – Arbetets art – Level	Aika – Datum – Month and year	Sivumäärä – Sidoantal – Number of pages
Pro gradu -tutkielma	Huhtikuu 2018	112

Tiivistelmä – Referat – Abstract

Japanin kulttuurihistoriallisen kehityksen aikana shintolaisuus ja buddhalaisuus ovat toimineet merkittävinä suunnannäyttäjinä japanilaisten elämänkatsomuksessa. Maata aina ajanlaskun alkumetreiltä katkeamattomasti hallinneen Japanin keisarisuvun on uskottu polveutuvan suoraan auringonjumalatar Amaterasusta, jonka olemusta Japanin valkotaustaista kansallislippua koristavan punaisen ympyrän ajatellaan edustavan. Geometrisena kuviona ympyrällä on siten ollut maassa erityislaatuinen asema, minkä takia ei olekaan yllättävää, että ympyrä ja siihen liittyvät tutkimukset ovat olleet myös feodaaliajalla harjoitetun matemaattisen toiminnan keskiössä.

Aina 1800-luvulle asti suurin osa Japaniin saapuneista kulttuurivaikutteista oli kiinalaista alkuperää; kalenteri- ja kirjoitusjärjestelmä, maatalous, buddhalaisuus sekä maan hallinnollinen ja oikeudellinen järjestelmä oli kaikki kehitetty kiinalaisen sivistysvaltion näyttämän esimerkin pohjalta. Feodaaliaikaisessa Japanissa korkeamman tason oppineisuuden kehittyminen oli pitkälti buddhalaisten munkkien ansiota, sillä he pitivät itsensä ajan tasalla tieteen viimeisistä edistysaskelista ja levittivät tietouttaan eteenpäin.

Matematiikan osalta merkittävin kehitysvaihe feodaaliaikaisen Japanin historiassa tapahtui Edo-kaudella harjoitetun sulkeutumispolitiikan aikana. Maata vuosisadan ajan vavahduttaneiden sisällissotien päätyttyä maahan oli viimein laskeutunut rauha, mikä sai samurait asettamaan miekkansa tuppeen ja keskittymään oman henkisen pääomansa kehittämiseen. Oppineiden samuraiden työn tuloksena sai alkunsa *wasan*-matematiikkana tunnettu japanilainen matematiikan suuntaus, jonka lähtökohtana olivat Kiinasta peräisin olleet matemaattiset opit, mutta joka kehittyi japanilaisten käsissä nopeasti omille urilleen. *Wasan*-matematiikka kukoisti aina vuoden 1868 Meiji-restauraatioon saakka, kunnes Japanissa alettiin järjestelmällisesti omaksua lännestä peräisin olevia oppeja, mukaan lukien länsimaista matematiikkaa. Vuosisadan kuluessa aikaisemmin samuraiden asuttamasta feodaaliyhteiskunnasta kehittyi yksi maailman suurimmista teknologia- ja talousmahdeista, jonka matematiikan oppimistulokset ovat kansainvälisellläkin tasolla huippuluokkaa.

Avainsanat – Nyckelord – Keywords

geometria, matematiikan historia, Japanin kulttuuri, feodalismi, uskonto, *wasan*, puikkolaskenta, helmitaulu, *soroban*, *sangaku*

Säilytyspaikka – Förvaringställe – Where deposited

Kumpulan tiedekirjasto

Muita tietoja – Övriga uppgifter – Additional information

Sisältö

Luku 1

Johdanto

Tämä tutkielma käsittelee matematiikkaa feodaaliajan Japanissa. Japanin kontekstissa feodaaliajalla tarkoitetaan noin vuosien 1185–1868 välille sijoittuvaa historiallista ajanjaksoa, jolloin maan korkein hallintovalta oli Japanin keisarin sijaan samuraiden johtamalla keskushallinnolla ja paikallistason valta keskushallinnon alaisuudessa toimineilla lääninherroilla. Perinteisessä japanilaisiin aikakausiin perustuvassa historiallisessa jaottelussa tällä tarkoitetaan Kamakura-kauden alusta aina Edo-kauden loppuun kestänyttä ajanjaksoa, jonka päätteeksi toteutettu Meiji-restauraatio tiesi monien merkittävien yhteiskunnallisten uudistusten ohella erityisesti vuosisatoja kestäneen läänityksiin perustuvan aluehallinnollisen järjestelmän päättymistä.

1.1 Motivaatio

Aina feodaaliyhteiskunnan sortumiseen asti suurin osa Japaniin saapuneista ulkomaisista kulttuurivaikutteista oli peräisin Kiinasta. Kalenteri- ja kirjoitusjärjestelmä, maatalous, buddhalaisuus sekä maan hallinnollinen ja oikeudellinen järjestelmä oli kaikki kehitetty kiinalaisen sivistysvaltion näyttämän esimerkin pohjalta. 1700–1800-lukujen teollisen vallankumouksen myötä länsimaat pääsivät teknologiselta kehitysasteeltaan Aasian maiden edelle, mutta länsimaisen imperialismin seurauksena erot alkoivat vähitellen tasoittua ja perinteinen länsi-itä -dikotomia globalisaation myötä menettää merkitystään. Japani toimi muille Aasian maille suunnannäyttäjänä siinä, miten mittavia uudistustoimia saadaan ajettua läpi tehokkaasti ja hallitusti: Japani oli Aasian maista ensimmäinen, joka saavutti länsimaihin rinnastettavan sivistyksen tason sekä nopean talouskasvun.

Toisen maailmansodan aikana Japani koki merkittäviä sotilaallisia tappioita, mutta vahvan solidaarisuuden ja päämäärätietoisen toiminnan ansiosta japanilaiset saivat yhteiskuntansa ja teollisuutensa takaisin jaloilleen ennennäkemättömässä ajassa. Tarkasteltaessa tilannetta 2000-luvulla, ei Japanin asema ole kuluneiden vuosikymmenten aikana juuri huonontunut, vaan maa on edelleen yksi maailman suurimmista teknologia- ja talousmahdeista. Oppimistuloksia mittaavissa kansainvälisissä PISA- ja TIMMS-vertailututkimuksissa Japani on niin ikään sijoittunut vuodesta toiseen kymmenen parhaan maan joukkoon. On ilmeistä, ettei tätä suuruusluokkaa olevia muutoksia synny tyhjiössä, vaan kyseessä on pidemmällä aikavälillä tapahtunut monisyisten tekijöiden summa, joka nivoutuu osaksi ympäröivää yhteiskuntaa ja paikallisia elinolosuhteita. Japanin omaleimainen kulttuuri Aasiassa historiallisesti vaikutusvaltaisen kiinalaisen sivilisaation vaikutuspiirissä yhdistettynä nykypäivän korkeisiin oppimistuloksiin johdattelevatkin meidät mielenkiintoisten kysymysten äärelle. Millainen on ollut se kulttuurihistoriallinen viitekehys, jonka päälle Japanin menestyksekäs kehityspolku on rakentunut? Miten vuosisatojen ajan samuraiden asuttamasta feodaaliyhteiskunnasta kehittyi sellainen korkeiden oppimistulosten ja tuotteliaan talouskasvun mallimaa kuin se tänä päivänä on?

1.2 Työn sisältö

Matematiikan opinnäytteenä työn pääpaino on matematiikassa, mutta työssä käsitellään laajalti myös Japanin historiaa ja uskontoja, erityisesti shintolaisuutta ja buddhalaisuutta. Japanin historiassa uskonnoilla on ollut maan kulttuurihistoriallisen kehityksen kannalta keskeinen merkitys: uskonnot ovat vaikuttaneet vahvasti paitsi japanilaisten elämänkatsomukseen, yhteiskuntajärjestelmään ja politiikkaan, myös erilaisiin tieteen- ja taiteenalojen suuntauksiin. Matematiikkakaan ei ole ollut tässä suhteessa poikkeus: Edo-kauden aikana harjoitettusta matematiikan tutkimuksesta merkittävä osa liittyi geometrisista kuvioista erityisesti ympyrään, mikä selittyy pitkälti ympyrän tärkeällä roolilla shintolaisessa mytologiassa. Japanin historiassa oppineisuuden vaaliminen oli puolestaan pitkään ollut ensisijaisesti buddhalaisten munkkien vastuulla, jotka perustivat temppeleiden yhteyteen omia koulujaan ja jakoivat näin tietouttaan eteenpäin niin samurai-luokan virkamiehille kuin maallikoillekin. Näiden *terakoya*-nimellä tunnettujen temppelikoulujen ansiosta japanilaiset saavuttivat Edo-kauden kuluessa kehittyneimpiin Euroopan maihin rinnastettavan luku- ja laskutaidon asteen.

Japanin historiassa Edo-kaudelle erikoislaatuisena piirteenä oli maassa harjoitettu sulkeutumispolitiikka, jonka seurauksena maa eristäytyi ulkomaailmasta ja ihmisten liikehdintää sekä kulttuurivaikutteiden leviämistä alettiin merkittävästi rajoittaa. Kirjallisuuden osalta mustalle listalle joutuivat kristinuskoa käsittelevien kirjojen ohella mainittavasti myös vierasperäiset matemaattiset teokset, joihin tutustuminen oli ollut siihen asti japanilaisten ainoa tapa päästä käsiksi korkeamman tason matemaattiseen tietoon. Edo-kauden aikana tilanne alkoi kuitenkin muuttua, kun markkinoille saapuivat ensimmäiset japanilaiset matematiikan oppikirjat, jotka olivat helppolukuisuutensa ansiosta ensimmäistä kertaa tavallistenkin kansalaisten saavutettavissa. Näissä teoksissa käsiteltiin mm. helmitauluaritmetiikkaa sekä jokapäiväisessä elämässä hyödyllisiä matemaattisia sovelluksia, kuten viljelysmaan pinta-alan laskemista sekä tilavuus- ja korkolaskentaa.

Feodaaliaikaisessa Japanissa matematiikan osalta merkittävin kehitysvaihe tapahtui Edo-kauden aikana, jolloin japanilaisten taiteenmuotojen kukoistaessa sai alkunsa myös *wasan*-matematiikkana tunnettu kansallinen matematiikan suuntaus, joka oli elinvoimainen aina feodaaliajan loppuun saakka. Tänä aikana maassa tehtiin paljon matematiikkaan liittyvää tutkimusta, mutta matemaatikoiden muodostamien kauppiaskiltoihin rinnastettavien suljettujen ryhmittymien takia valtaosa matemaatikoiden tekemistä löydöksistä pysyi pitkään muulta väestöltä pimennossa. *Wasan*-matemaatikoista kaikkein tunnetuin oli japanilainen Seki Takakazu, jonka kehittämä *tenzan jutsu* -menetelmä oli eräässä mielessä japanilainen symbolisen algebran esiaste. Edo-kauden aikana sai myös alkunsa japanilaiselle *wasan*-matematiikalle ominainen ilmiö, jossa matemaattisia löydöksiä puettiin puulaatoiksi ja niitä annettiin uhrilahjoina paikallisille pyhäköille ja temppeleille; vastaavaa toimintaa ei ollut harjoitettu missään muualla Aasiaa. Näiden *sangaku*-nimellä tunnettujen matemaattisten taulujen esikuvana olivat puiset *ema*-taulut, jotka liittyvät vahvasti shintolaiseen traditioon. Geometrisia ongelmia sisällään pitäneissä *sangaku*-tauluissa ympyrä oli uskontojen myötävaikutuksesta erityislaatuisessa asemassa, mutta uskonnollisten syiden lisäksi taulujen laadinnan taustalla vaikuttivat myös mm. kulttuuriset syyt, kuten tulemme huomaamaan.

1.3 Tutkimuskysymykset

Tutkielmassa lähdetään liikkeelle siitä, miten Japanin valtio ja japanilainen yhteiskunta ovat muinaisten uskomusten ja historiallisen tutkimuksen valossa saaneet alkunsa sekä tarkastellaan, millainen asema Japanin keisarilla on eri aikoina ollut suhteessa tavallisiin kansalaisiin ja korkeassa asemissa oleviin sotilassukuihin nähden. Tämän jälkeen tutustutaan siihen, millaisia ulkomaisia kulttuurivaikutteita Japani on omaehtoisesti tai pakon sanelemana historiansa aikana omaksunut, millaisia aaltoina ne ovat maahan levinneet ja miten japanilaiset ovat integroineet nämä vaikutteet osaksi omaa kulttuuriaan. Historiallisten taustojen ja olosuhteiden selvittämisen jälkeen tarkastellaan, miten japanilainen sivistystoimi ja koulutusjärjestelmä ovat historiallisesti kehittyneet ja miten paikalliset olosuhteet ovat olleet vaikuttamassa yhteiskunnallisella tasolla tehtäviin ja maan koulutustoimea koskeviin päätöksiin. Lisäksi tutustutaan japanilaiseen *wasan*-matematiikkaan sekä perinteiseen japanilaiseen helmitauluaritmetiikkaan.

Kiteytetysti, tutkielman sisältöä ohjaavat seuraavat tutkimuskysymykset:

1. Minkälaisten kehitysvaiheiden kautta japanilaisesta yhteiskunnasta on muodostunut sellainen kuin se tänä päivänä on?

2. Miten Japanin yhteiskuntarakenteessa, politiikassa, uskonnoissa ja diplomatiassa tapahtuneet muutokset ovat historiallisesti vaikuttaneet maassa japanilaisen koulutuksen kehitykseen?

3. Mitä japanilainen *wasan*-matematiikka on, miten se on syntynyt ja mikä on sen rooli nykypäivän Japanissa?

Käsillä oleva tutkimus on sikäli ainutlaatuinen, että japanilaisen matematiikan varhaisvaiheista ja Edo-kaudella harjoitetusta *wasan*-matematiikasta ei ole allekirjoittaneen käsityksen mukaan vielä tähän mennessä tehty suomenkielistä matematiikan tutkimusta. Tämän tutkielman tavoitteena on paikata näitä teemoja käsittelevän tieteellisen työn puutteesta johtuvaa ilmeistä ongelmaa. Japanilaisen matematiikan opetuksen nykytilannetta sen sijaan on käsitelty ainakin kahden pro gradu -tutkimuksen verran, joten seuraavaksi tehdään lyhyt katsaus niiden sisältöön.

1.4 Japani suomalaisessa matematiikan opetuksen tutkimuksessa

Vuonna 2011 Jyväskylän yliopistossa julkaistussa pro gradu -tutkielmassa *Matematiikan opetus Suomessa ja Japanissa* Maria Tourunen tarkasteli tapaustutkimuksen valossa Suomen ja Japanin matematiikan yläkouluopetuksen eroja. Tutkielmassa eriteltiin videoitujen oppituntien pohjalta laadittujen luokittelujen ja analyysien avulla niitä pedagogisia elementtejä ja opettaja-oppilasvuorovaikutuksen muotoja, joita tutkimukseen valikoitujen paikallisten yläkoulujen matematiikan tunneilla esiintyi. Tutkimuksensa johtopäätöksenä Tourunen totesi, että suurimmat erot Suomen ja Japanin opetuksen välillä liittyivät matemaattisen ajattelun harjoittamisen ja itsenäisesti ratkaistavien tehtävien määrään. Lisäksi japanilaisten tuntien suunnitelmallisuutta pidettiin yhtenä paikallisen järjestelmän etuna. (Tourunen, 2011.)

Vuonna 2013 Helsingin yliopistossa julkaistussa pro gradu -tutkielmassa *Matematiikan opetus Japanissa* Laura Tarkiainen puolestaan käsitteli kansainvälisten PISA- ja TIMMS-vertailututkimusten innoittamana japanilaisen matematiikan kouluopetuksen nykytilannetta. Tarkiaisen tavoitteena oli selvittää japanilaisen ja suomalaisen matematiikan opetuksen eroja ja analysoida kulttuurierojen yms. tekijöiden valossa, voisiko Japanissa hyväksi todettuja pedagogisia käytäntöjä teoriassa soveltaa myös suomalaiseen matematiikan opetukseen. Tutkimuksen tuloksena oli, että vaikka Suomen ja Japanin matematiikan opetuksessa on paljon kulttuurieroista johtuvia eroavaisuuksia, voisi japanilaiselle matematiikan opetukselle tyypillisiä piirteitä, kuten ongelmalähtöistä työskentelyä ja avoimia ongelmia hyödyntää Suomenkin matematiikan kouluopetuksessa selvästi nykyistä enemmän. (Tarkiainen, 2013.)

1.5 Japaninkieliset käsitteet ja erisnimet

Japaniin ja japanilaiseen kulttuuriin liittyvien termien ja käsitteiden yhteydessä työssä on pyritty järjestelmällisesti tarjoamaan sanojen alkuperäiskieliset, japanin kielen kirjoitusjärjestelmää noudattavat vastineet sekä niiden kansainvälisessä käytössä vakiintuneen Hepburn-romanisointijärjestelmän[1] mukaiset latinalaisiin aakkosiin perustuvat lukutavat. Japanilaisperäisistä sanoista ja japanilaisista paikannimistä käytetään ensisijaisesti niiden suomenkielisiä vastineita, mikäli niille on olemassa suomen kielessä vakiintuneet nimitykset. Käsitteille, joille ei löydy suoraa suomenkielistä vastinetta, on japaninkielisen termin yhteydessä tarjottu vapaa käännös tai kuvaus, mikäli sanan tai ilmauksen merkitys ei käy suoraan asiayhteydestä ilmi. Tällaiset käännökset tunnistaa tekstissä siitä, että ne on sijoitettu vierasperäisen sanan yhteydessä lainausmerkkien sisään.

Ennen 1900-lukua eläneiden historiallisten japanilaisten henkilöiden nimien kohdalla työssä noudatetaan vakiintunutta japanilaista perinnettä, jossa sukunimi ilmoitetaan ennen etunimeä, esimerkiksi 1600-luvun alussa Tokugawa-shogunaatin perustaneen Tokugawa Ieyasun nimessä ”Tokugawa” on henkilön sukunimi ja ”Ieyasu” vastaavasti etunimi. Muiden kuin japanilaisten nimien kohdalla käytetään kuitenkin länsimaissa yleisempää etunimi-sukunimi -järjestystä. Tätä periaatetta siirrytään noudattamaan myös 1900-luvun jälkeen syntyneiden japanilaisten kohdalla; tällaisia henkilönimiä esiintyy työssä kuitenkin hyvin vähän, koska työn fokus on nimenomaan feodaaliajan Japanin matematiikan tutkimuksessa ja opetuksessa.

[1] Hepburn-romanisointijärjestelmästä on olemassa monia erilaisia variaatioita, mutta tässä työssä noudatetaan standardina pidetyn, ns. perinteisen ja muokatun Hepburn-järjestelmän kirjoitussääntöjä, joiden mukaisesti esim. japanilaista kamppailulajia judoa tarkoittavan sanan 柔道 japanilainen lukutapa kirjoitetaan vokaalinpidennystä ilmaisevilla makroneilla muodossa *jūdō*.

Luku 2

Japanin synty shintolaisessa luomiskertomuksessa

Muinaisessa japanilaisessa luomiskertomuksessa, *Tenchikaibyakussa* (天地開闢), kuvataan Taivaan ja Maan luominen sekä ensimmäisten jumalten ja Japanin saariston synty. Tarinan mukaan universumin alussa maailmankaikkeus oli epäjärjestäytyneessä ja muodottomassa tilassa ja kaikkialla vallitsi syvä, rikkumaton hiljaisuus. Maailmassa vallinnut seesteisyys alkoi järkkyä, kun ympäriltä alkoi kuulua hiukkasten liikehdinnästä aiheutunutta ääntä. Hiukkasista kaikkein keveimmät alkoivat kohota ylöspäin ja jatkoivat nousuaan siihen asti kunnes ne kohtasivat valon. Valon muodostaessa maailmankaikkeuden ylimmän osan kevyet hiukkaset muodostivat sen alle ensin yksittäisen pilven, sitten useampia ja vähitellen koko Taivaan, *Takamagaharan* (高天原, ”Taivaan korkea tasanko”). Loput hiukkaset, jotka eivät edellisten tavoin kohonneet, alkoivat niin ikään kietoutua tiiviisti yhteen ja muodostivat valtavan pimeän massan, josta tuli tuntemamme Maa.

Hiukkasten muodostettua Taivaan ja Maan maailmankaikkeudessa saivat alkunsa myös jumalat. Jumalia syntyi Taivaassa ensin kolme, sitten Maassa kaksi lisää ja myöhemmin pareittain vielä kymmenen. Kukin näistä viidestä parista piti sisällään yhden miespuolisen jumalan ja yhden naispuolisen jumalattaren. Näistä jumalpareista mainitsemisenarvoisimpia olivat Izanagi (イザナギ) ja hänen nuorempi siskonsa (sekä myöhempi vaimonsa) Izanami (イザナミ).

2.1 Izanami ja Izanagi

Ensimmäiset viisi maailmassa syntynsä saanutta jumalaa antoivat Izanagille ja Izanamille tehtäväksi tuoda järjestystä kaaoksen vallassa olleeseen maailmaan. Auttaakseen heitä tehtävänsä suorittamisessa jumalat antoivat nuorelleparille lahjaksi jalokivikoristeisen *naginata*-keihään[1], *Ame no nubokon* (天沼矛).

Izanami ja Izanagi kiipesivät Taivasta ja Maata yhdistävälle *Ame no ukihashin* (天の浮橋) sillalle ja tähystivät vasta muotoutumassa olevassa Maassa vallinnutta sekasorron tilaa. Epätietoisina siitä, miten heidän tulisi toimia järjestyksen palauttamiseksi, he suuntasivat keihäänkärjen alas kohti Maata ja kokeilivat sekoittaa sillä alhaalla siintänyttä merta. Upotettuaan keihään mereen ja vetäessään sitä takaisin ylös keihäästä tippui vesipisaroita, joiden yhdistyessä sai alkunsa Onogoron saari (オノゴロ島 *Onogoro-jima*)[2], johon Izanagi ja Izanami päättivät asettua asumaan. Saarelle saavuttuaan he rakensivat ensitöikseen kotinsa

[1] *Naginata* (長刀) on perinteinen japanilainen salkoase, josta tuli Edo-kaudella erityisesti naisten suosima taisteluväline (Amdur, 2002).

[2] Etymologisesti saaren nimi *Onogoro-jima* tarkoittaa ”itsestään jähmettyvää saarta” (磤馭慮島, 2018).

keskuspilariksi *Ame no mihashiran* (天の御柱) eli ”taivaallisen pylvään” ja sen ympärille uljaan *Yahiro-donon* palatsin (八尋殿)[3] tulevaa vihkimisjuhlaansa ja sen jälkeistä yhdessäeloaan varten.

Keskusteltuaan hääseremoniansa vaiheista ja päästyään asiassa yhteisymmärrykseen, oli vihkimisen aika. Pari katsoi, että kotipalatsin keskuspilari olisi tärkeytensä takia hyvä liittää osaksi juhlaseremoniaa, joten Izanagi ehdotti, että he lähtisivät kiertämään pylvästä vastakkaisiin suuntiin ja aloittaisivat kosimismenot kohdatessaan jälleen pylvään toisella puolella. Pari ryhtyi tuumasta toimeen ja kierrettyään pylvään ympäri ja kohdattuaan sen toisella puolella he latelivat toisilleen rakkaudentunnustukset, ensin Izanami ja sitten Izanagi. Izanagi ei kuitenkaan pitänyt oikeana sitä, että nainen avaa avioliiton solmimisen kannalta kriittisellä hetkellä suunsa ensin, joten hän nuhteli Izanamia tästä olettamastaan etikettirikkeestä.

Kuva 2.1: Izanami ja Izanagi luomassa maailmaa Kobayashi Eitakun (小林永濯, v. 1843–1890) maalauksessa *Tutkimassa merta tenkein avulla* (天瓊を以て滄海を探るの図 *Tenkei wo motte sōkai wo saguru no zu*). Izanagi on aikeissa upottaa vanhemmilta jumalilta lahjaksi saamansa *Ame no nubokon* alhaalla siintävään mereen, ja Izanami seuraa toimintaa tarkkaavaisena vierestä. Maalauksen nimessä sana *tenkei* viittaa ”taivaalliseen jalokivikoristeiseen keihääseen”.

Lähde: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kobayashi_Izanami_and_izanagi.jpg

Kosimismenojen tuloksena Izanamille ja Izanagille syntyi vaikeasti kehitysvammainen poika, jolle he katkerina antoivat nimen Hiruko (蛭子), ”lierolapsi”. He rakensivat pojalle kaislaveneen ja laittoivat tämän ajelehtimaan virran mukana. Tämän jälkeen he saivat jälkeläisenään saaren, joka niin ikään oli rakenteellisesti epämuodostunut. He ristivät tämän Awashimaksi (淡島), ”kalpeaksi saareksi” ja edellisen lapsensa tavoin päättivät hylätä hänet, pitäen kumpaakin eräänlaisina paholaisen ruumiillistumina.

Epäonnistuneiden lisääntymisyritystensä seurauksena Izanami ja Izanagi suuntasivat Taivaaseen kysymään neuvoa vanhemmilta jumalilta. Tapahtunutta pohdittuaan jumalat tulivat lopputulokseen, joka tuki Izanagin aikaisempaa intuitiota: hääseremonian onnistumisen kannalta oli oleellista, että miehenä Izanagi olisi se, joka tunnustaa Izanamille rakkautensa ensin. Saatuaan vastauksen mieliään painaneeseen ongelmaan Izanagi ja Izanami päättivät suorittaa seremonian uudelleen alusta alkaen. Pari asettui jälleen kotinsa keskuspilarin lähelle ja lähti kiertämään sen ympäri, toinen toista puolta ja toinen toista puolta. Kohdatessaan pylvään toisella puolella Izanami antoi ensin Izanagille puheenvuoron ja sanoi oman osuutensa vasta hänen jälkeensä. Tällä kertaa kaikki meni hyvin, ja Izanamin ja Izanagin kosimismenojen tuloksena saivat alkunsa Japanin kahdeksan pääsaarta (大八洲 *Ōyashima*)[4] sekä kuusi pienempää

[3]Nimi *Yahiro-dono* tarkoittaa kirjaimellisesti ”kahdeksan *hiron* palatsia”, jossa *hiro* (尋) viittaa vanhaan japanilaiseen mittayksikköön. Yksi *hiro* on noin 1,82 m, joten kahdeksan *hiron* palatsi on siten ollut korkeudeltaan noin 14,56 m.

[4]Vanhassa mytologiassa Japanin kahdeksalla pääsaarella tarkoitettiin seuraavia saaria: Awaji (淡路), Iyo (伊予), Oki (隠岐), Tsukushi (筑紫), Iki (壱岐), Tsushima (対馬), Sado (佐渡) ja Yamato (大和). Iyon saari vastaa nykyistä

saarta. Maan luomista (国産み *kuniumi*) seurasi edelleen uusien jumalhahmojen luominen (神産み *kamiumi*), joiden oli määrä asuttaa vasta-avioituneen jumalparin luomat saaret. Syntynsä saaneet jumalat edustivat luonnon eri ilmenemismuotoja, kuten jokia, tuulia, metsiä ja vuoria.

Izanami ja Izanagi saivat lukuisia jälkeläisiä, kunnes tulenjumala Kagutsuchin (カグツチ) synnyttäminen koitui Izanamin surulliseksi kohtaloksi. Raivoissaan rakkaan vaimonsa kuolemasta Izanagi tarttui ”kymmenen nyrkin mittaiseen miekkaan” (十拳剣 *Totsuka no tsurugi*) ja riisti sillä vaimonsa kuoliaaksi polttaneen kuopuksensa hengen.

2.1.1 Pelastusretki Yomiin

Vaimonsa kuolemaa pitkään vaikeroituaan Izanagi päätti lopulta, että hän yrittäisi tuoda Izanamin takaisin Maan pinnalle. Izanagi suuntasi *Yomiin* (黄泉), manalaan, josta hänen edesmennyt vaimonsa oletettavasti löytyisi. Pitkän ja tuskaliaan taipaleen jälkeen Izanagi pääsi lopulta perille Yomin suureen pahaenteiseen kartanoon, jota vartioivat hirviömäiset demonit. Hiivittyään takaoven kautta sisälle taloon ja löydettyään sieltä rakkaan vaimonsa parin jälleennäkemisen riemu oli suunnaton. Ympäröivästä pimeydestä johtuen Izanagi ei nähnyt vaimonsa kasvoja, mutta pyysi häntä tästä huolimatta palaamaan kanssaan takaisin Maan pinnalle. Izanami kuitenkin totesi, ettei hän voi palata enää takaisin, koska hänen manalassa kuluttamansa vainajien ravinto oli jo ehtinyt tahria hänet (黄泉戸喫 *yomotsu hegui*), tehden hänestä sen irroittamattoman osan. Tieto järkytti Izanagia, mutta hän kieltäytyi jättämästä vaimoaan yksin etovan manalan pimeyteen. Izanami sanoi, että hän yrittäisi tiedustella Yomin johtoportaalta lupaa lähteä, mutta kielsi Izanagia seuraamasta hänen perässään.

Kun päivä oli vierähtänyt eikä mitään ollut kuulunut, Izanagi alkoi huolestua ja suuntasi vaimonsa kielloista huolimatta etsimään häntä. Izanagi otti päästään hiuksiaan kiinni pitäneen kamman, katkoi yhden sen piikeistä ja sytytti sen tuleen kuin soihdun. Himmeän valonlähteen turvin aikansa harhailtuaan hän lopulta löysi Izanamin nukkumasta yhdestä kartanon huoneista ja sai järkytykseen omin silmin todistaa, mitä Izanamille oli manalassa päässyt tapahtumaan: aikaisemmin kauniin ja viehättävän Izanamin kasvot olivat mädäntyneet ja hänen lihansyöjätoukkien ja pienelukoiden armoille joutunut vartalonsa oli muuttunut lähes tunnistamattomaksi.

Traumatisoituneena näkemästään Izanagi parkaisi kovaan ääneen eikä kyennyt enää hillitsemään pelkoaan. Kauhun valtaamana Izanagi säntäsi karkuun tavoitteenaan paeta ja jättää manala taakseen. Mekkalan seurauksena Izanami säpsähti hereille ja ymmärtäen mitä oli tapahtunut, hän kirkaisi ja usutti ”manalan ruman akan” (黄泉醜女 *yomotsu shikome*) Izanagin perään, tuohtuneena siitä, että Izanagi oli pettänyt lupauksensa olla seuraamatta häntä. Kuin ihmeen kaupalla, Izanagi onnistui pakenemaan ja ulos päästyään telkesi Yomiin johtaneen luolan sisäänkäynnin vierittämällä suuren kiven sen suuaukon tukkeeksi. Miehensä kiinniotossa epäonnistunut Izanami takoi kiivaasti kiveä ja uhkasi, että jos Izanagi jättäisi hänet, hän tulisi viemään joka päivä 1000 ihmisen hengen. Izanagi puolestaan vasta raivokkaasti, että hän aikoisi vastavuoroisesti luoda joka päivä maan pinnalle 1500 ihmistä lisää. Tämän traagisen tapahtumaketjun seurauksena Izanami tuli tunnetuksi kuolleiden jumalattarena.

Izanagin palattua kotiinsa Yomista karvaiden koettelemustensa jälkeen hän suoritti puhdistautumisriitin (禊 *misogi*) poistaakseen kehostaan kaikki ne saastat ja epäpuhtaudet (穢

Shikokua, Tsukushin saari nykyistä Kyushua ja Yamaton saari nykyistä Honshun saarta. Hokkaidon, Chishiman ja Okinawan saaret eivät muinoin olleet vielä osa Japania. (大八洲, 2018.)

KUVA 2.2: Kuunjumala Tsukuyomi, myrskynjumala Susanoo ja auringonjumalatar Amaterasu.

Lähde:
https://farm3.staticflickr.com/2695/4205150683_2fbc0bf4a5.jpg

れ *kegare*), joita häneen oli tarttunut oltuaan tekemisissä kuolleiden kanssa. Puhdistautumisensa aikana Izanagista sai alkunsa joukko uusia jumalia, joista tärkeimmät kolme syntyivät riitin viimeisessä vaiheessa. Izanagin vasemmasta silmästä sai alkunsa auringonjumalatar Amaterasu (アマテラス), oikeasta silmästä kuunjumala Tsukuyomi (ツクヨミ) ja nenästä meren- ja myrskynjumala Susanoo (スサノオ) (kuva 2.2). Näistä "kolmesta kallisarvoisesta lapsesta" (三貴子 *mihashira no uzu no miko*) tuli shintolaisuuden kolme pääjumalaa, joista myöhemmin nousevan auringon maana tunnetun saarivaltion ja sitä johtavan keisarihovin kannalta tärkein oli auringonjumalatar Amaterasu. (Chamberlain, 2012; Aston, 1896; Roberts, 2009.)

2.2 Ninigin laskeutuminen

Amaterasu ja Susanoo saivat kahdeksan lasta, joiden joukossa oli Japania myöhemmin hallitsemaan ryhtyneen Yamato-suvun esi-isä. Amaterasu, joka oli itse saanut Izanagilta tehtäväkseen hallita Takamagaharaa, lähetti taivaasta pojanpoikansa Ninigin maan päälle (天孫降臨 *tenson kōrin*) tuomaan rauhaa jumalten luomaan Japaniin. Isoäidiltään Ninigi sai mukaansa peilin (八咫鏡 *Yata no kagami*), miekan (草薙の剣 *Kusanagi no tsurugi*) sekä jalokiven (八尺瓊勾玉 *Yasakani no magatama*) (kuva 2.3). Näistä kolmesta esineestä tuli myöhemmin klassisia keisarillisen vallan symboleita (三種の神器 *sanshu no jingi*), jotka edustavat keisarin kolmea keskeisintä hyvettä: urheutta (miekka), viisautta (peili) ja hyväntahtoisuutta (jalokivi).

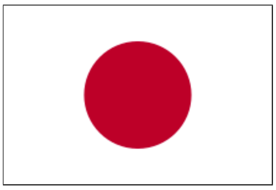
KUVA 2.3: Japanilaisen keisarisuvun kolme pyhää arvoesinettä: miekka, kilpi ja jalokivi.

Lähde:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:%E4%B8%89%E7%A5%9E%E5%99%A8.png

Saavuttuaan maan päälle Ninigi kohtasi pian elämänsä rakkauden, Sakuya-himen (コノハナノサクヤヒメ *Konohana no Sakuya-hime*), jota Ninigi päätti kosia välittömästi. Tyttö kuitenkin empi ja sanoi, että hänen täytyisi ensin kysyä lupaa isältään, vuorijumala Ōyamatsumilta (オオヤマツミ). Keskusteltuaan asiasta tytön isän kanssa, isä ehdotti, että Ninigi voisi naida joko jommankumman hänen kahdesta tyttärestään tai vaihtoehtoisesti heidät kummatkin. Ninigi kuitenkin kieltäytyi naimasta isän vanhempaa tytärtä, Iwanaga-himeä (イワナガヒメ), koska tämän ulkonäkö ei miellyttänyt Ninigiä samassa määrin kuin nuoremman tyttären. Isä antoi vastentahtoisesti suostumuksensa kuultuaan Ninigin päätöksen, mutta moitti Ninigiä siitä, että hän oli mennyt valitsemaan kahdesta tyttärestään puolisokseen heikomman[5]. Myöhemmin suutuspäissään isä langetti vielä kirouksen Ninigin ja Sakuya-himen lapsien ylle, minkä seurauksena parin lapset ja heidän jälkeläisensä menettivät kykynsä iankaikkiseen elämään ja heistä tuli kuolevaisia. Tästä syystä Japanin keisarit eivät jumalallisuudestaan huolimatta tarinan mukaan elä sen pidempään kuin tavallisetkaan ihmiset.

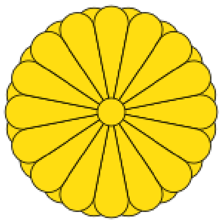
Ninigi ja Sakuya-hime saivat yhteensä kolme lasta ja myöhemmin ainakin neljä lastenlasta. Näistä yksi oli nimeltään Jinmu (神武, 711–575 eKr.), joka uskomuksen mukaan oli Japanin ensimmäinen keisari. Vaikkakaan kunnioitettavan 126 vuoden iän saavuttaneen Jinmun olemassaoloa ei ole kyetty historiallisesti todistamaan, on Jinmulla kuitenkin ollut japanilaisen kulttuurihistorian kannalta tärkeä rooli, koska hän kietoo yhteen mytologiassa esitetyn tarinan Japanin keisarisuvun juurista maata vielä tänäkin päivänä katkeamattomasti hallitsevaan Japanin keisarilliseen dynastiaan. (Aston, 1896; Chamberlain, 2012; Roberts, 2009.)

2.3 Ympyrä japanilaisessa mytologiassa



Kuva 2.4: Japanin lippu.

Lähde: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Flag_of_Japan.svg



Kuva 2.5: Japanin keisarillinen sinetti, 16-terälehtinen krysanteemi.

Lähde: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Imperial_Seal_of_Japan.svg

Kuten edellä käsitellyn jumaltaruston ja luomiskertomuksen myötä on jo nähty, ympyrällä on geometrisena muotona ollut paitsi uskonnollisesti myös kulttuurisesti tärkeä rooli Japanin historiassa. Muinaisen shintolaisen luomiskertomuksen mukaan Japanin saaristo sai alkunsa osana Izanamin ja Izanagin kosimismenoja, joita edelsi parin astelu taivaallisen pylvään ympäri ympyrän kaaren muotoista reittiä pitkin. Izanamin ja Izanagin jälkeisiin kuuluva auringonjumalatar Amaterasu, jota pidetään shintolaisuuden pääjumalana ja Japanin keisarillisen suvun jumalallisena yhdyssiteenä, on niin ikään tavattu yhdistää vahvasti ympyrään. Ympyrä on keskeisenä elementtinä ”auringon kiekkona” (日の丸 *hi no maru*) tunnetussa Japanin kansallislipussa (kuva 2.4), jonka valkoista taustaa somistavan punaisen ympyrän ajatellaan edustavan Amaterasun pojanpojalleen Ninigille antamaa *Yata no kagami* -peiliä, johon Amaterasun henki ja olemus ovat uskomuksen mukaan kietoutuneet. Tästä syystä kansallislipussa olevan ympyrän ajatellaan ilmentävän auringonjumalatar Amaterasua itseään, mikä indikoi ympyrän tärkeyttä keskeisenä uskonnollisena symbolina[6].

[5]”Kirsikankukkaprinsessa” Sakuya-hime oli vanhempaa siskoaan ”kiviprinsessa” Iwanaga-himeä heikompi, koska kirsikankukkien elämä on tunnetusti vain lyhyt ja katoava, toisin kuin kivien, jotka ovat paitsi rakenteellisesti kestäviä myös erittäin pitkäikäisiä.

[6]Peilejä on japanilaisessa yhteiskunnassa yleisemminkin pidetty taianomaisina puhtauden symboleina, koska niihin on ajateltu kätkeytyvän voima, joka pitää pahat henget ja sairaudet loitolla. Tämä liittyy uskomukseen, että pahuus tuhoaa itsensä nähdessään peilistä oman demonisen olemuksensa. (Okakura-Kakuzo, 1908.)

Arkeologisissa tutkimuksissa tutkijat ovat löytäneet Jōmon-kauden lopun aikaisia, vuosien 3000 – 300 eKr. välille sijoittuvia uskonnollisissa rituaaleissa käytettyjä muodoltaan ympyröitä muistuttavia kiviasetelmia, jotka ovat tiettävästi muinoin olleet sekä erilaisten juhlaseremonioiden että hautajaismenojen oleellinen osa (Kodama, 2003, s. 235). Japanin keisarillisena sinettinä puolestaan on nykyaikaisissa japanilaisissa passeissakin[7] esiintyvä pyöreä krysanteeminkukkasymboli (菊花紋 *kikukamon*, kuva 2.5), jota käytetään Japanissa vaakunan tavoin.

Vahvoista kansallisista kulttuurivaikutteista ja niihin kytkeytyvistä mytologisista uskomuksista johtuen on ymmärrettävää, että ympyrä on ollut Japanin historiassa keskeisessä asemassa myös maan sisällä harjoitetussa japanilaisessa *wasan*-matematiikassa. Ympyrän tärkeyteen tulemme palaamaan myöhemmin mm. matemaattisten *sangaku*-taulujen käsittelyn yhteydessä (luku 6.4).

[7] Japanilaisissa passeissa symboli on ollut käytössä vuodesta 1926 lähtien (Japanin ulkoasiainministeriö (外務省), 2014).

Luku 3

Japanin keisari ja japanilainen kalenterijärjestelmä

3.1 Japanilainen kalenterijärjestelmä

Japanissa maan historiaa on perinteisesti hahmotettu aikakausiin perustuvan ajanlaskujärjestelmän avulla. Muiden Itä-Aasian kulttuurien, kuten Korean, Vietnamin ja Mongolian tavoin aikakausien käyttö on alunperin lähtöisin Kiinan keisarillisesta ajanlaskujärjestelmästä, mutta on kuitenkin näistä täysin itsenäinen järjestelmänsä. Kiinalaiseen ajanlaskuun perustuva kalenteri otettiin ensin käyttöön Koreassa, josta se sitten myöhemmin levisi Japaniin 500-luvun puolivälissä. Virallisesti kiinalaismallinen aikakausimerkintä otettiin kuitenkin maassa käyttöön vasta vuoden 645 Taika-uudistuksen myötä (luku 4.2.1). (Chamberlain, 1905; Fält, Nieminen, Tuovinen, & Vesterinen, 1994, s. 21–23; National Diet Library, 2016.)

Perinteisen kiinalaisen kalenterijärjestelmän tavoin myös japanilainen kalenteri on ns. kuu-aurinkokalenteri eli *lunisolaarinen kalenteri*, japanilaisittain *tai'in-taiyō-reki* (太陰太陽暦) tai *onmyō-reki* (陰陽暦) (National Diet Library, 2016). Kuu-aurinkokalenterissa ajanlasku perustuu nimensä mukaisesti sekä Auringon että Kuun liikkeisiin. Kalenterijärjestelmässä kuukausi on sidottu kuun vaiheisiin siten, että kuukausi vaihtuu aina uudenkuun aikoihin eli hetkenä, jolloin Kuu näyttää Maahan kokonaan pimeältä. (Oja, 2013.)

Koska kuun kierto maapallon ympäri kestää noin 29,5 päivää, tasalukujen saavuttamiseksi kuukausien pituuksia on ollut tarpeen tasata. Tasaus toteutettiin jakamalla kaikki vuoden 12 kuukautta kahteen ryhmään, pitkiin ja lyhyisiin kuukausiin, kuusi kumpaankin kategoriaan. Pitkien kuukausien (大の月 *dai no tsuki*) pituudeksi asetettiin 30 päivää ja lyhyiden kuukausien (小の月 *shō no tsuki*) pituudeksi 29 päivää, jolloin vuoden pituudeksi tuli 354 päivää. Pitkien ja lyhyiden kuukausien vuorotteluun perustuva järjestelmä johti kuitenkin yhtenemättömyyteen vuodenaikojen ajoittumisen kanssa, koska maapallon kierto auringon ympäri kestää noin 11 päivää tätä kauemmin. Ongelman paikkaamiseksi kalenterivuoteen lisättiin muutaman vuoden välein ns. karkauskuukausi (閏月 *urūzuki*), mikä nosti vuoden pituuden 13 kuukauteen. Karkauskuukauden lisääminen tarkoitti kuitenkin samalla sitä, että pitkien ja lyhyiden kuukausien järjestys ei säilynyt samana vaan se vaihtui joka vuosi, mikä teki ajan hahmottamisesta varsin monimutkaista erityisesti maallikoille, joilla ei ollut pääsyä keisarihovin hallussa olleeseen kalenteriin. Koska ajanlaskulla oli koko valtakuntaa koskettava vaikutus, kalenterin ylläpito ja kuukausien tasauksesta huolehtiminen oli keisarihovin vastuulla.

Alunperin kalenterit olivat siis yksinomaan keisarihovin ja aateliston käytettävissä, mutta

1300-luvulla painettujen kalentereiden leviämisen myötä ne alkoivat yleistyä myös alempiluokkaisen väestönosan keskuudessa. Kalentereihin oli kirjattu vuodenajat sekä tärkeiden tapahtumien ajankohdat, minkä maanviljelijät ja kauppiaat kokivat hyödylliseksi ammatin harjoittamisensa kannalta. Erityisesti pitkiin ja lyhyisiin kuukausiin perustuvan kalenterijärjestelmän aikana kauppiaille oli kullanarvoista tietää milloin kuukausi vaihtuu, koska kauppiaiden verojenkeruu tapahtui aina kuukauden päättyessä. (National Diet Library, 2016.)

3.1.1 Keisarivuosiin perustuva *kōki*-järjestelmä

Ennen gregoriaanisen kalenterin käyttöönottoa vuonna 1873 Japanissa käytettiin useampia erilaisia kuukalenterijärjestelmiä. Vielä vuotta ennen gregoriaanisen kalenterin voimaanastumista Japanissa ehdittiin ottaa käyttöön uusi kalenterijärjestelmä, jonka tavoitteena oli kiinnittää ajanlasku alkamaan määrätystä Japanin keisarikunnan historian kannalta arvokkaasta ajanhetkestä. Tässä japanilaisiin keisarivuosiin perustuvassa *kōki* (皇紀) -järjestelmässä ajanlaskun alkupisteeksi valittiin keisarillisen sukupuun legendaarisen kantaisän, keisari Jinmun valtaannousuvuosi 660 eKr. Kiinnitetystä alkuhetkestä johtuen *kōki*-järjestelmän keisarivuodet ovat 660 vuotta gregoriaanisen kalenterin vuosia edellä, esim. vuosi 1940 oli *kōki*-järjestelmässä vuosi 2600.[1] Vaikkakaan ei täysin varmaa, *kōki*-järjestelmän käyttöönoton taustalla saattoivat vaikuttaa nationalistiset aatteet, joilla haluttiin korostaa sitä, että Japanin keisarillisen dynastian juuret ulottuvat historiallisesti kauemmas kuin Jeesuksen syntymä, johon länsimainen gregoriaaninen kalenterijärjestelmä perustuu. Nykyisin keisari Jinmun hallintokaudesta alkava kalenterijärjestelmä ei ole Japanissa kuitenkaan enää virallisesti käytössä. (Chamberlain, 1905, s. 478; Frédéric, 2002, s. 98–99; Kornicki, 2001, s. xii.)

3.1.2 Karkausvuodet

Vuonna 1898 julkaistun Japanin keisarillisen ediktin (勅令 *chokurei*) myötä astui voimaan laki, joka määrää tarkasti sen, milloin maassa pidetään karkausvuosi. Tässä *Urūdoshi ni kan suru ken* (閏年ニ關スル件) -nimisessä "karkausvuosia koskevassa artiklassa" karkausvuosien määräytyminen kuvataan seuraavasti:

1. Mikäli keisari Jinmun valtaanastumisesta laskettu keisarillinen vuosiluku on jaollinen luvulla 4, niin kyseinen vuosi on karkausvuosi.

2. Kuitenkin, jos keisarivuodesta vähennetään luku 660 ja näin saatu lukuarvo on jaollinen luvulla 100, mutta se ei kuitenkaan ole jaollinen luvulla 4, on tätä keisarivuotta pidettävä tavallisena vuotena.

Vaikka ediktissä julkilausutussa laissa karkausvuosien määräytyminen perustuu pohjimmiltaan *kōki*-järjestelmän keisarivuosiin, ajoittuvat karkausvuodet Japanissa kuitenkin olennaisesti täsmälleen samoille vuosille kuin gregoriaanisessakin kalenterissa.

[1] *Kōki 2600* eli vuosi 1940 oli astetta erikoisempi vuosi Japanin historiassa. Kesäolympialaiset 1940 eli viralliselta nimeltään XII olympiadin kisat oli alunperin tarkoitus järjestää Tokiossa Japanin keisarikunnan 2600. juhlavuotena, mutta Kiinan ja Japanin välillä puhjenneen toisen Kiinan-Japanin sodan (日中戦争 *Nicchū sensō*) takia järjestäjät joutuivat perumaan kisat ja päättivät siirtää ne pidettäväksi muualla. Kansainvälinen olympiakomitea (KOK) myönsi vuoden 1940 kesäolympialaiset Helsingille Suomeen, mutta myös Suomessa kisat jouduttiin perumaan toisen maailmansodan syttymisen vuoksi. (Collins, 2014.) Helsinki sai sittemmin järjestää kesäolympialaiset vuonna 1952 ja Tokio vuonna 1964. Vuoden 2020 kesäolympialaiset on jälleen määrä pitää Tokiossa, mikä on isäntämaa Japanin toinen kerta kesäolympialaisten järjestäjänä.

3.2 Japanin aikakaudet

Ennen vuonna 1868 alkanutta Meiji-kautta aikakausien nimistä (年号 *nengō* tai 元号 *gengō*) päättivät maata hallitsevan keisarihovin virkailijat. Kaudet vaihtuivat usein ja niiden nimitykset perustuivat tyypillisesti johonkin historiallisesti merkittävään tapahtumaan, käännekohtaan tai löydökseen. Meiji-kaudesta lähtien Japanissa on kuitenkin vakiintunut ns. *issei-ichigen* (一世一元) -käytäntö, jossa aikakausi vaihtuu samanaikaisesti aina uuden keisarin virkaanastumisen yhteydessä.

Ilmoitettaessa aikaa japanilaista kalenterijärjestelmää käyttäen, ilmoitetaan aikakauden nimi ja käynnissä olevan vuoden järjestysnumero. Koska keisarin vallanvaihdos paitsi päättää edellisen aikakauden, aloittaa samalla myös uuden, vuosi jolloin vallanvaihdos tapahtuu, on sekä edellisen aikakauden viimeinen että uuden aikakauden ensimmäinen. Esimerkiksi vuonna 1989 nykyisen keisari Akihiton (明仁) valtaanastuessa alkanut Heisei-kausi (平成時代 *Heisei-jidai*) päätti vuonna 1926 alkaneen Shōwa-kauden (昭和時代 *Shōwa-jidai*), minkä takia vuosi 1989 tunnetaan japanilaisessa kalenterijärjelmässä nimellä Heisei 1 / Shōwa 64. Aikakauden edetessä vuosia lasketaan loogisesti kalenterivuosi kerrallaan aikakauden alkamisvuoden perusteella siten, että esimerkiksi vuosi 2018 on japanilaisessa kalenterijärjestelmässä Heisei 30. (National Diet Library, 2016.)

3.3 Japanin keisari

Japanin keisari (天皇 *tennō*) on Japanin keisarillisen perheen pää sekä maan perustuslain mukaan ”*Japanin perustuslaillisen monarkian seremoniallinen keulakuva ja kansansa yhtenäisyyden symboli*”. Japanissa keisarikultilla on pitkät perinteet, ja Japanin keisarillinen dynastia onkin itse asiassa maailman vanhin hallitsijasuku. Keisarisuvun uskotaan polveutuvan suoraan auringon jumalatar Amaterasusta, yhdestä shintolaisuuden pääjumalista, minkä takia keisari on myös maansa kansanuskonnon *shintōn* (神道, ”jumalten tie”) korkein auktoriteetti. (Chamberlain, 1905, s. 216–219, 223–245; Fält et al., 1994, s. 32–34; Griffis, 1883.)

Toisin kuin eurooppalaisten monarkkien kohdalla, kruunusta luopuminen hallitsijan eliniän aikana on historiallisesti ollut Japanin keisarisuvussa enemmän sääntö kuin poikkeus. Japanissa keisarista ei ole myöskään ollut tapana käyttää hänen oikeaa kutsumanimeään, vaan vallassa olevaa keisaria puhutellaan kunnioittavasti arvonimellä *tennō heika* (天皇陛下, ”hänen keisarillinen majesteettinsa”). Keisarin kuoleman jälkeen keisariin viitataan hänen hallintokautensa ajan voimassa olleen aikakauden nimen mukaisesti, esim. Meiji-kaudella (明治時代 *Meiji-jidai*) vallassa olleesta keisari Mutsuhitosta (睦仁) käytetään yleensä nimeä *Meiji-tennō* (明治天皇) eli Meiji-keisari. Mainitsemisen arvoista on, että aikakausinimeä käytetään todellakin vasta keisarin poismenon jälkeen, hallintokauden aikana keisariin viittaaminen aikakausinimellä lasketaan Japanissa etikettivirheeksi.[2] (Chamberlain, 1905, s. 13, 317–319; Griffis, 1883.)

[2] Toinen mielenkiintoinen Japanin keisarin ja maan kansalaisten suhteeseen liittyvä seikka, jonka Chamberlain nostaa teoksessaan esille, liittyy keisariperheen ja heitä seuraavien ihmisten katselukulmaan: keisaria tai muita hänen sukunsa jäseniä ei koskaan saa katsoa alaspäin (sanan kirjaimellisessa merkityksessä). Niinpä esimerkiksi ohikulkevan keisarikulkueen seuraaminen läheisen talon yläikkunasta käsin on keisaria kunnioittavien japanilaisten näkökulmasta suurta pahennusta aiheuttava ele.

3.3.1 Keisarisuvun historia

Vanhan japanilaisen historiallisen aikakirjan *Nihon shokin* (日本書紀) ja muinaisen perimätiedon mukaan Japanin ensimmäinen keisari oli 660–585 eKr. Japania hallinnut keisari Jinmu, mutta hänen olemassaoloaan ei ole kuitenkaan historiallisesti todistettu, kuten ei monien hänen jälkeläistenkään. Näiden legendaaristen keisarihahmojen elämäntarinoiden lähtökohtina ovat tiettävästi olleet maassa paikallistasolla auktoriteettiasemassa olleet muinaiset heimopäälliköt. Tieteellisistä epävarmuustekijöistä huolimatta Japanissa vuosittain 11. helmikuuta vietettävä maan kansallinen perustamispäivä *Kenkoku kinen no hi* (建国記念の日)[3] perustuu kuitenkin juuri keisari Jinmun uskottuun valtaannousupäivään vuonna 660 eKr.

Syynä luotettavan tiedon puutteeseen Japanin keisarikunnan alkuvaiheen hallitsijoista on paitsi kirjallisen tiedon vähäisyys myös säilyneen aineiston luotettavuus. Yamato-kaudella (大和時代 *Yamato-jidai*, v. 250–710) laadittiin nimittäin useita eri historiankirjoituksia, joita uusien hallitsijoiden valtaan astuttua myöhemmin uudelleenkirjoitettiin, mikä syö näiden lähteiden uskottavuutta. Toisaalta hämärän peittoon jääneisiin kysymyksiin liittyy monia herkkiä kansallisia arvoja, kuten kysymys Japanin keisarista, jonka sukujuuret joidenkin historiantutkijoiden mukaan saattaisivatkin olla alunperin korealaista alkuperää. Japanin keisarisukua voidaan kuitenkin jäljittää luotettavasti varsin kauas, aina 400-luvulle saakka. Japanin keisareista ensimmäinen, jonka olemassaolosta japanilaiseen arkeologiaan erikoistuneen tutkija C. F. Keallyn (2009) mukaan historioitsijat ovat yleisesti yksimielisiä, oli vuosina 453–456 maata hallinnut keisari Ankō (安康天皇 *Ankō-tennō*), joka perinteisessä keisari Jinmusta alkavassa hallitsijalaskennassa on maansa 20. keisari. (Chamberlain, 1905, s. 223–245, 317–319; Fält et al., 1994, s. 33; Griffis, 1883.)

3.3.2 Keisarin asema

Jumalaiseksi mielletyn alkuperänsä vuoksi Japanin keisari on kautta aikain ollut maassaan hyvinkin kunnioitettu. Arvostetusta asemastaan huolimatta keisarin roolissa on kuitenkin ollut huomattavia eroja Japanin historian eri vaiheissa. Todellista valtaa käyttävän poliittisen johtajan sijaan keisari on usein ollut enemmänkin uskonnollisten rituaalien keulakuva, jolla on ollut maassa lähinnä symbolista valtaa. Käytännössä keisaria ei ole kuitenkaan missään vaiheessa voinut kokonaan syrjäyttää valtaistuimeltaan hänen yleisesti tunnustetun pyhyytensä takia. Toisaalta Japanin keisarisuku on voinut hakea oikeutusta asemalleen toteamalla, että se on hallinnut maata katkeamattomasti ”aina ammoisista ajoista lähtien” (万世一系 *bansei ikkei*). Niinpä samanaikaisesti kun keisari on saanut nauttia majesteettisesta arvovallasta (権威 *ken'i*), on todellinen hallintovalta (権力 *kenryoku*) poliittisen päätöksenteon sekä sotilaallisen toiminnan kentällä ollut keisarin sijaan korkea-arvoisten aatelissukujen käsissä. (Chamberlain, 1905; Fält et al., 1994; Griffis, 1883.)

Vuonna 1945 Japanin antauduttua toisessa maailmansodassa kokemiensa merkittävien tappioiden myötä sodan vastakkaisena osapuolena olleet liittoutuneet painostivat Japania antamaan julistuksen, jossa Japanin keisarin oli avoimesti kiistettävä oma jumalallisuutensa. Osana uudenvuoden lausuntoaan julkaistussa ihmisyysjulistuksessa (人間宣言 *ningen*

[3] Alunperin *Kigensetsu* (紀元節, ”keisarikunnan päivä”) -nimellä tunnettu juhlapäivä otettiin Japanissa käyttöön osana keisarivallan palauttamiseen tähdännyttä Meiji-restauraatiota (ks. luku 4.12). Päivää vietettiin maassa aina vuoteen 1948 saakka, kunnes siitä toisen maailmansodan jälkeen luovuttiin. Luopumisen syynä oli se, että päivää pidettiin sodan jälkeen voimaan astuneen maan uuden perustuslain (戦後憲法 *sengo kenpō*) hengen vastaisena. Vuonna 1966 juhlapäivä kuitenkin herätettiin jälleen henkiin vanhalla tutulla paikallaan mutta tällä kertaa uudistetulla nimellä *Kenkoku kinen no hi*. (Dower, 2000.)

sengen) vuonna 1946 silloinen keisari Hirohito ilmoitti, että vastoin ikivanhaa japanilaista uskomusta hän ei koskaan olisi ollut jumalallinen ihmisolento (現人神 *arahitogami*), vaan että hänen suhteensa Japanin kansalaisiin perustuisi mytologisten uskomusten sijaan historiallisesti kehittyneeseen perheenjäsenien välistä luottamusta muistuttavaan suhteeseen. (Dower, 2000.)

Luku 4

Japanin historia

4.1 Varhainen historiankirjoitus

Nykyistä Japania edeltäneen Yamaton valtion alkamisajankohdasta ei ole historioitsijoiden keskuudessa täyttä yksimielisyyttä, mutta oletettavasti sen perustaminen ajoittuu noin 300–400-lukujen tietämille. Valtion synnyn taustalla oli Kiinan Han-dynastian sortumista seurannut koko Itä-Aasian alueen poliittista tilaa horjuttanut hajanaisuuden kausi[1], jonka aikana Osakan ja Kioton suunnalla toiminut Yamato-niminen klaani onnistui vähitellen kasvattamaan alueellista vaikutusvaltaansa ja sai lopulta alistettua kilpaileville klaaneille kuuluneet paikalliset hallinnolliset keskittymät. Alueellisissa kamppailuissa niskan päälle päässeistä heimojen jäsenistä kehkeytyi myöhemmin Yamato-valtion ylimystö. (Dolan & Worden, 1992, Fält et al., 1994, s. 13–15.)

Vuosisatojen aikana Japaniin rantautui ulkomailta lukuisia kulttuurivaikutteita, joista etenkin alkuvaiheessa suurin osa oli peräisin Kiinasta. Siten ei lienekään yllättävää, että japanilainen historiankirjoitus on myös kiinalaisperäistä alkuperää ja itse asiassa Japanin yksi vanhimmista kiinalaisperäisistä kulttuurilainoista. Ensimmäiset Japanissa laaditut historialliset muistiinpanot olivat sukuhistorioita, joita kirjoitettiin maassa aina 500-luvulta alkaen. Nämä sukuhistoriat toimivat arvokkaana materiaalina myöhemmille historiankirjoittajille.

Vuonna 681 keisarillisella määräyksellä aloitettiin mittava historiankirjoitusprojekti, jonka päämääränä oli tuottaa kiinalaismalliselle kulttuurivaltiolle yhtä loistelias menneisyys kuin suurella esikuvallaan. Maan historiassa tärkeille tapahtumille, kuten uuden keisarin valtaanastumiselle, annettiin uskottavuuden takaamiseksi jopa päiväntarkkoja aikamerkintöjä, aina dynastian alusta alkaen.[2] Projekti tarjosi samalla oivan tilaisuuden laatia sellainen historiankirjoitus, jonka turvin keisarisuvun taivaalliseksi mielletylle asemalle ja korkea-arvoisten sukujen vakiintuneelle ylivallalle oli tarpeen tullen mahdollista hakea oikeutusta. Tästä syystä erityisesti historiankirjoituksen alkuaikoina poliittiset tarkoitusperät ovat monesti ajaneet puhtaan totuuden tavoittelun edelle.

Historiankirjoitusprojektin aikana kaikkia osapuolia tyydyttävän kansallisen historian laatiminen osoittautui kuitenkin vaikeaksi tehtäväksi. Vuonna 712 valmistunut Kojiki ei sisällöltään ollut täysin maan keisarihovin mieleen, minkä takia vuonna 720 tilalle laadittiin uusi historiankirjoitus, Nihon shoki. Siihen hoviylimistö oli Kojikin sijaan tyytyväinen ja teos omaksuttiinkin välittömästi keisarikunnan uudeksi valtionhistoriaksi. Luomiskertomuksen

[1] Han-dynastian sorruttua Kiinaan syntyi 220-luvun alussa kolme erillistä valtiota, Wei-kuningaskunta, Shu Han -kuningaskunta ja Wu-kuningaskunta, jotka kilpailivat keskenään alueen vallasta. Tästä syystä vuosien 220–280 välinen ajanjakso tunnetaan Kiinan historiassa *kolmen kuningaskunnan aikana.* (Fält, 1992.)

[2] On ilmeistä, että nykypäivän historiantutkimuksen näkökulmasta tällainen tarkkuus paremminkin syö lähteiden uskottavuutta kuin vahvistaa niitä. Historiallisten tapahtumien mielekkyyttä ja päätöksenteon loogisuutta tarkastellessa on kuitenkin syytä pitää mielessä, että muinaiset ihmiset ovat tarkastelleet ympäröivää maailmaa ja yhteiskuntaa aina siitä viitekehyksestä käsin, jossa he itse ovat eläneet.

osalta kirjat muistuttivat toisiaan monessa suhteessa, mutta osa tapahtumista oli teoksissa esitetty hieman eri tavalla ja esimerkiksi henkilöhahmojen nimien kirjoitusasut erosivat toisistaan jonkin verran, Japanilla kun ei teosten valmistumisaikana ollut vielä omaa kirjoitusjärjestelmäänsä. (Fält et al., 1994.)

4.2 Kulttuurivaikutteet poliittisesti epävakaalla aikakaudella

Yhteiskunnallispoliittisen järjestelmän ja omaleimaisen japanilaisen kulttuurin alkuvaiheen kehityksessä korealaisten vaikutus oli suurta Yamato-kauden aikana. Vaikka Japanista oli myös suorat yhteydet Kiinaan, suurin osa kiinalaisperäisistä kulttuurivaikutteista saapui maahan kuitenkin Korean kautta. Korean valtiota edeltänyt Paekchen kuningaskunta (百済 *Kudara*) lähetti Yamato-valtion hoviin monia eri alojen oppineita, osin omasta aloitteestaan ja osin japanilaisten itsensä pyynnöstä. Japanissa ulkomaalaiset ammattimiehet ja heidän apunsa otettiin auliisti vastaan, koska toimivan yhteiskuntajärjestelmän rakentamiseksi maahan kaivattiin kipeästi niin diplomatian, taloudenpidon, lääketieteen kuin astrologian, kirjoitustaidon ja ajanlaskennankin ammattilaisia. Yamato-kauden aikana vuosien saatossa Japaniin saapui mantereelta lukuisia kulttuurivaikutteita, joista merkittävimpiin kuuluivat kiinalaisperäinen kirjoitusjärjestelmä (漢字 *kanji*) sekä kungfutselaisuus (儒教 *jukyō*).

500–600-lukujen taitteessa itäaasialaisessa kulttuuripiirissä alkoivat voimakkaat uudistushalut. Taustalla vaikutti mitä ilmeisimmin Kiinan uudelleenyhdistymistä seurannut pelko siitä, että Kiinan kasvava vaikutusvalta saattaisi ennemmin tai myöhemmin johtaa naapurimaissa kiinalaisjohtoiseen poliittiseen ylivaltaan. Näiden uhkakuvien siivittämänä Japanissa otettiin tavoitteeksi kohentaa maan asemaa naapurimaiden silmissä vahvistamalla maata johtavan hallitsijan arvovaltaa. Ajatuksena oli, että jos ympäröivä maailma saataisiin vakuutettua maan keisarin jumalallisesta alkuperästä, maan geopoliittinen asema olisi turvattu.

Kuva 4.1: Prinssi Shōtoku kuvattuna vanhassa 10 000 jenin setelissä vuodelta 1958.

Lähde:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:P94b-10000Yen-(1958)_front.jpg

Näiden tulevaisuudenvisioiden innoittamana Japanissa aloitettiin uudistustoimenpiteet, jonka tavoitteena oli luoda maahan kiinalaisen mallin mukainen buddhalais- ja kungfutselaissävytteinen poliittinen järjestelmä sekä etiikka. Muutosliikkeen johtajahahmoksi henkilöityi maassa sijaishallitsijana (摂政 *sesshō*) toiminut prinssi Shōtoku (聖徳太子 *Shōtoku Taishi*, kuva 4.1). Shōtokun johdolla yhdistyneeseen Kiinaan lähetettiin japanilaisia lähetyskuntia, joiden tarkoituksena oli paitsi huolehtia maiden välisestä diplomatiasta, myös pysyä ajan tasalla esikuvana olleen kiinalaisen kulttuurin nykytilasta ja välittää tähän liittyvää tietoa takaisin kotimaahan. Vuodesta 607 vuoteen 838 kestäneellä yli kahdensadan vuoden ajanjaksolla Kiinassa vieraili yhteensä 22 japanilaista lähetyskuntaa[3], joiden koko oli parhaimmillaan jopa 600 henkeä. Lähetyskuntien henkilöstö koostui mm. lääkäreistä, munkeista ja eri alojen opiskelijoista, joiden tehtävänä oli hankkia kohdemaasta erityisesti omaan vastuualueeseen liittyvää tietoa. Japanilaisten koulutus- ja sivistystason kehittymisen kannalta lähetyskunnilla oli kokonaisuudessaan erittäin suuri merkitys, koska kiinalaisiin kulttuurivaikutteisiin tutustumisen kautta sekä opiskelijat että eri alojen asiantuntijat pääsivät tutustumaan oman alansa viimeisimpiin saavutuksiin. Osa lähetyskuntien jäsenistä viipyikin maassa jopa 10–20 vuotta Japanin ja Kiinan lähetyskunnille kohdistamien taloudellisten kontribuutioiden turvin ennen paluutaan takaisin kotimaahansa. Monet tänä aikana Kiinasta Japaniin omaksuttujen kulttuurivaikutteiden, kuten kirjoitusjärjestelmän, kirjallisuuden, arkkitehtuuristen suuntausten ja uskontojen vaikutukset ovat nähtävillä maassa vielä tänäkin päivänä. (Chamberlain, 1905; Fält et al., 1994.)

4.2.1 Taika – suuri uudistus

Prinssin Shōtokun valtakautta seurasi Taika-uudistuksena (大化の改新 *Taika no kaishin*) tunnetut mittavat kansalliset uudistustoimenpiteet, joiden osaksi myös edellä kuvattu Kiinan ja Japanin välinen yhteistyö kiinalaisten oppien ja kulttuurivaikutteiden levittämiseksi tyypillisesti luetaan. Shōtoku menehtyi vuonna 622, mutta kuten todettu, Japanin hallitus jatkoi lähetystöjen kokoamista ja lähettämistä vielä reilut pari vuosisataa tämän jälkeenkin. Taika-uudistuksen myötä kiinalaisperäisenä tuontiartikkelina Japaniin omaksuttiin kirjoitustaidon ja buddhalaisuuden lisäksi mm. *ritsuryō* (律令) -nimellä tunnettu lakijärjestelmä, jonka eettinen koodisto pohjautui kungfutselaisiin yhteiskuntafilosofisiin oppeihin.

Maassa käydyn ankaran valtataistelun ja poliittisesti epävakaan kauden jälkeen yksi Yamato-kauden aikaisen Japanin voimakkaimmista suvuista, Soga-klaani (蘇我氏 *Soga-uji*), syöstiin hallitsevalta asemaltaan vuonna 645. Näihin aikoihin Japani oli ollut paitsi rakenteellisesti hajanainen myös sisäisesti jännittynyt. Maa oli jakautunut useiden klaanien hallitsemiin paikallisiin alueisiin, joiden välillä vallitsi erimielisyyksiä ja skismaa. Taika-uudistuksen osana hallinnon täytäntöönpanema maareformi pyrki paikkaamaan tätä yhteiskuntarauhaa vaarantavaa epäkohtaa määräämällä kaikki klaaneille kuuluneet maa-alueet kiinalaisen mallin mukaisesti keisarin hallinnon alaisuuteen. Huostaanoton jälkeen maa-alueet oli tarkoitus jakaa tasavertaisesti koko valtakunnan kesken.

Uudistus herätti ymmärrettävästi paljon vastustusta erityisesti uudistustoimia ennen suuria alueellisia voittoja saaneiden klaaninpäälliköiden keskuudessa. Käytännössä uudistusten myötä vaikutukset jäivät kuitenkin varsin pieniksi ja alueet siirtyivät lähinnä nimellisesti valtion omistukseen. Näennäisestä epäonnistumisesta huolimatta uudistus loi joka tapauksessa perustan vuosisatojen ajan, aina vuoden 1867 Meiji-restauraatioon (luku 4.12) saakka kestäneelle japanilaiselle feodaalijärjestelmälle, jossa valtionjohto oli järjestelmällisesti jaettu useampiin alemman tason paikallishallintoihin sekä näiden kaikkien yläpuolella olleeseen keisarihovin johtamaan keskushallintoon. Järjestelmässä lääninherroilla oli hallinnollinen ja

[3]Sui-dynastian aikana Kiinaan lähetettyjä lähetyskuntia kutsuttiin japanin kielessä nimellä *kenzuishi* (遣隋使) ja Tang-dynastian aikana lähetettyjä puolestaan nimellä *kentōshi* (遣唐使). Sanojen keskimmäiset merkit 隋 *zui* ja 唐 *tō* viittaavat dynastioiden nimiin, kiinaksi 隋朝 *Suí cháo* ja 唐朝 *Táng cháo*. Lukutapojen erot johtuvat siitä, että japanilaiset lukevat *kanji*-merkein kirjoitettuja kiinalaisperäisiä sanoja japanilaisittain kieleen omaksuttujen *on'yomi*-lukutapojen mukaisesti.

perinnöllinen oikeus omilla maa-alueillaan, mutta viime kädessä koko Japanin valtio oli keisarin hallinnon alaisuudessa. (Fält et al., 1994; The Taika Reforms, 2018.)

4.3 Shogun ja daimiot

Ennen 1600-luvun alussa alkanutta Edo-kautta Japani oli sotureiden valtakuntaa. Kuluneiden vuosisatojen aikana Japanin keisarin valta oli asteittain heikentynyt ja todellinen valta oli siirtynyt yhä vahvemmin keisarihovilta samurai-armeijaa johtavien sotilasklaanien päälliköiden eli shogunien (大将軍 *daishōgun* tai *taishōgun*, ”suuri kenraali”) haltuun. Paikallistasolla valta oli kuitenkin daimioiksi (大名 *daimyō*, ”suuri nimi”) kutsuttujen vaikutusvaltaisten lääninherrojen käsissä, jotka toimivat shogunin alaisuudessa. Vallanvaihdoksen yhteydessä uusi shogun valittiin tavanomaisesti aiemmin daimiona toimineiden lääninherrojen joukosta.

Daimioiden varainkeruu tapahtui keräämällä veroja läänityksen alueella toimineilta talonpojilta ja maanviljelijöiltä. Läänitysten (藩 *han*) vartijoina puolestaan toimivat daimioiden värväämät samurait, joille daimiot maksoivat palkkana riisiallokaatioita korvauksena työstään. Riisiallokaatioiden perusmitta oli *koku* (石), n. 180 litraa, joka vastasi yhden henkilön teoreettista vuosikulutusta. Daimion tittelin saadakseen läänityksen vuosittaisen arvioidun tuoton oli oltava vähintään 10 000 kokua riisiä. Äveriäimmät daimiot saattoivat toisinaan tarjota samuraille riisin sijaan palkkiona myös maata tai jopa rahaa; tämä tosin oli selvästi harvinaisempaa, koska niihin aikoihin vain harvat daimiot olivat kyllin varakkaita voidakseen jakaa rajallisia säästöjään palkkana eteenpäin.

Daimioiden määrä vaihteli aikojen saatossa jonkin verran, mutta yhtäaikaisesti heitä oli maassa kaiken kaikkiaan noin 250, vaihteluvälin ollessa jotakin 245:n ja 295:n väliltä. Daimioiden hallinnan alaisina olleiden alueiden suuruuksissa oli kuitenkin keskenään merkittäviä eroja. Daimiot myös rajoittivat alueillaan tehtävää kaupankäyntiä, säätelivät verotusta ja suorittivat maastokartoitusta pitkälti toisista daimioista riippumattomasti. (Chamberlain, 1905; Fält, 1992; Fält et al., 1994; Reenpää, 1999.)

4.4 Kamakura-kausi (v. 1185–1333)

Vaikka saarivaltakuntana Japanilla ei ollut juuri ulkopuolisia vihollisia, ei ulkopuolisen uhan puuttuminen kuitenkaan estänyt kansaa tarttumasta aseisiin ja päätymästä sotajalalle. Taustalla vaikuttivat voimakkaat näkemyserot siitä, kenelle Japanin poliittinen ja maallinen päätäntävalta todellisuudessa kuuluisivat, jumalalliselle keisarisuvulle vaiko maan vaikutusvaltaisille sotilassuvuille. Sosiaalihierarkiassa korkeisiin asemiin nousseiden sotilassukujen suurimpana vastustajina olivat kuitenkin keisarin sijaan muut maassa vaikuttaneet militaristiset klaanit, minkä takia sotilassuvut pyrkivät tietoisesti kasvattamaan sotilaallista mahtiaan ja arvovaltaansa toisten klaanien silmissä.

Ennen Kamakura-shogunaatin (鎌倉幕府 *Kamakura bakufu*) hallintokautta Japanissa harjoitettu yhteiskunnallinen valta oli ollut ensisijaisesti maata johtaneiden keisareiden sekä sijaishallitsijoina toimineiden aristokraattien käsissä. Keisarihovin sisällä valta oli jaettu neljän vaikutusvaltaisen klaanin, Minamoto- (源), Fujiwara- (藤原), Taira- (平) ja Tachibana (橘) -sukujen kesken, jotka olivat saaneet keisarilta aatelisarvon. Nämä klaanit hallitsivat maan poliittista päätöksentekoa suoraan maata johtaneen keisarin alaisuudessa. Näihin aikoihin erityisesti myös maan sotavoimien johto oli siviilitason päätäntävallalle alisteinen.

Keisarihovin sisäinen vakaus alkoi ajan myötä järkkyä, kun Taira- ja Minamoto-klaanien väliset voimakkaat näkemyserot siitä, kenelle korkein valta hovin sisällä ja sen myötä koko Japanin hallinnon osalta todellisuudessa kuuluisi, alkoivat entisestään syventyä. Sosiaalihierarkiaan liittyneet erimielisyydet näiden kahden klaanin välillä purkautuivat lopulta käsistä ja johtivat aseellisiin välienselvittelyihin (Genpein sota, 源平合戦 *Genpei kassen*), joiden päätteeksi Minamoto-suku onnistui nousemaan valtaan kukistettuaan Taira-sukuun kuuleneet viimeisetkin vastustajansa. Näin sai alkunsa vuosien 1185–1333 ajan Japania johtanut Kamakura-shogunaattina tunnettu sotilashallitus.

Hallinnolliselta asemaltaan syrjäytetty keisarisuku ei luonnollisestikaan tyytynyt seuraamaan toimintaa passiivisena vierestä, vaan pyrki tietoisesti palauttamaan itselleen sen hallinnollisen johtoaseman, mikä suvulla oli jo vuosisatoja aiemmin ollut. Vuonna 1221 keisari Go-Toba (後鳥羽天皇 *Go-Toba-tennō*) aloitti Jōkyū-sotana (承久の乱 *Jōkyū no ran*) tunnetun kapinan shogunaatin sijaishallitsijana (執権 *shikken*) toiminutta Hōjō-sukua (北条氏 *Hōjō-shi*) vastaan, mutta epäonnistui pahasti yrityksessään, minkä myötä Hōjō-klaanin valta vain kasvoi keisarihovin kustannuksella. Myöhemmin vuonna 1333 maata johtanut keisari Go-Daigo (後醍醐天皇 *Go-Daigo-tennō*) lopulta onnistui kuin onnistuikin palauttamaan keisarihovin takaisin maan johtoon Kenmu-restauraationa (建武の新政 *Kenmu no shinsei*) tunnetun poliittisen tapahtumasarjan päätteeksi. Keisari ei kuitenkaan saanut nauttia kauaa hallitsevasta asemastaan, sillä jo vuonna 1338 maassa harjoitettuun politiikkaan syvällisesti tyytymättömän samurai-luokan vahvan tuen turvin militaristinen Ashikaga-suku (足利氏 *Ashikaga-shi*) onnistui jälleen syrjäyttämään keisarin valtaistuimeltaan. Tästä vallanvaihdoksesta alkanut shogunaattijohtoinen hallintokausi kesti maassa aina vuoden 1868 Meiji-restauraatioon (luku 4.12) asti. (Fält et al., 1994; Go-Toba, 2018; Sansom, 1958.)

4.5 Muromachi-kausi (v. 1338–1573)

Ashikaga-suvun hallintokaudesta alkanut Muromachi-kausi[4] (室町時代 *Muromachi-jidai*, v. 1338–1573) tunnetaan maata johtaneen klaanin nimen takia myös Ashikaga-kautena. Vallanvaihdoksen myötä sotilashallinnon päämaja siirrettiin Kamakurasta maan entisen pääkaupungin Heian-kyōn (平安京, nyk. Kioton) alueelle. Muromachi-kauden aikana monet perinteiset japanilaiset taiteenlajit, kuten runous, teeseremonia, puutarhanhoito ja kukkienasettelu sekä erilaiset teatteritaiteen muodot kuten *kyōgen* (狂言), *nō* (能) ja *sarugaku* (猿楽) alkoivat kukoistaa. Zen-buddhalaisuuden (luku 5.1.4) myötävaikutuksesta maahan alkoi levitä uskonnollisten oppien lisäksi myös monia kulttuurivaikutteita, jotka levisivät vähitellen kaikille yhteiskunnan luokka-asteille.

Kansallisidentiteetin voimistumisen myötä maassa alkoivat yleistyä myös nationalistiset aatteet. Shintolaisuus, joka buddhalaisuuden leviämisen myötä oli jäänyt jossain määrin taka-alalle, alkoi "puhtaan japanilaisena uskontona" kerätä puoleensa yhä suurempaa kiinnostusta. Osaltaan taustalla vaikutti Heian-kyōn hovin yläluokkaan (公家 *kuge*) kuuluneen Kitabatake Chikafusan (北畠親房) vuonna 1339 kirjoittama teos *Jinnō Shōtōki* ("Keisarillisen linjan laillisuus"), joka keräsi aikanaan paljon suosiota ja ylistystä. Teos oli luonteeltaan nationalistinen historiankronikka, jossa korostettiin auringonjumalatar Amaterasusta alkaneen

[4]Muromachi-kauden nimi on peräisin Heian-kyōn kaupungissa olleesta *Muromachi-kōji* (室町小路) -nimisestä tiestä, joka nykyisessä Kiotossa tunnetaan nimellä *Muromachi-dōri* (室町通). Vuonna 1378 Ashikaga-suvun kolmas shogun Ashikaga Yoshimitsu perusti hallintokaudellaan tien varrelle loisteliaan *Hana no Goshon* (花の御所) palatsin, josta tuli myöhemmin maan tärkeä politiikan ja kulttuurin keskus.

keisarillisen sukulinjan katkeamattomuuden tärkeyttä sekä jumalallisen Japanin (神国 *shinkoku*) ylivertaisuutta suhteessa Kiinan ja Intian keisaridynastioihin, jotka eivät hajanaisuutensa takia ansainneet Kitabataken mukaan yhtä suurta kunnioitusta kuin Japanin. Tarinan mukaan 1200-luvun lopulla Japaniin kohdistuneet mongolien suurhyökkäykset (元寇 *genkō*) tyrehtyivät äkillisesti, kun *kamikazena* (神風)[5] eli jumallisina tuulina tunnettu myrsky tuhosi hyökkääjien laivaston. Japanin pelastumisen ajateltiin siis olevan jumalallisen intervention aikaansaannosta, mikä oli omiaan nostamaan nationalisten aatteiden suosiota Muromachi-kauden aikaisessa Japanissa.

Ashikaga-shogunaatin johtama maa kukoisti aina 1460-luvun loppuun saakka, kunnes vuonna 1467 shogunaatin ja maan pääkaupungissa Heian-kyōssa puhkesi Ōnin-sotana (応仁の乱 *Ōnin no ran*) tunnettu mittava sisällissota, jonka syttymisen syynä olivat vaikeiden nälänhätien aiheuttamat kapinat taloudellisiin vaikeuksiin joutunutta maan hallitusta vastaan. Alkujaan pääasiassa Heian-kyōn ympäristössä riehunut Ōnin-sota aiheutti kaupungille pahoja vaurioita, mutta vuonna 1477 Ōnin-sodan päättymisen jälkeen taistelut levisivät myös muihin provinsseihin. Ōnin-sodasta alkaneet veriset yhteenotot toimivat lähtölaukauksena koko Japanin historian mittavimmalle sisällissotien ajanjaksolle, aina 1600-luvun alkuun asti kestäneelle Sengoku-kaudelle. (Fält et al., 1994; Sansom, 1961.)

4.5.1 Sengoku-kausi (v. 1467–1600)

Sengoku-kausi (戦国時代 *Sengoku-jidai*) eli *taistelevien valtioiden aikakausi* on vuoden 1467 Ōnin-sodasta alkanut veristen sisällissotien täyttämä ajanjakso Japanin historiassa, joka jatkui aina 1600-luvulle saakka. Valtion köyhtyminen ja kansaa pitkään piinanneet nälänhädät olivat vuosien saatossa ajaneet yhteiskunnan vähäosaisimmat kapinoimaan maan johtoa vastaan. Vähitellen vallankahvassa olleen shogunaatin arvostus sai kokea entistäkin pahemman inflaation, kun hallintoa vastustaneiden joukkoon liittyivät myös aiemmin shogunaatille uskolliset lääninherrat. Tyytymättömyys shogunaatin toimintaa kohtaan ja läänitysten sisällä paikallishallintoihin kohdistuneet mielenilmaukset saivat daimiot ottamaan yhä enenevässä määrin valtaa omiin käsiinsä. Daimioiden autoritäärinen halu laajentaa omia maa-alueitaan ja kasvattaa vaikutusvaltaansa shogunaatin alaisuudessa johti paikallishallintojen välien kiristymiseen, ja lääninherrojen ajauduttua keskenään sotajalalle koko valtakunta oli pian sisäisen kaaoksen vallassa. Sengoku-kauden yksi tärkeimmistä daimioista oli Oda Nobunaga (織田信長), joka kekseliäiden sotataktiikkojensa ja hyvin varustautuneen armeijansa turvin onnistui valloittamaan suurimman osan Japanista itselleen ennen kuolemaansa vuonna 1582. (Fält et al., 1994; Turnbull, 2018.)

Keskushallinnon luhistuttua Japani oli maata sisäisesti riepotelleiden konfliktien armoilla aina 1500-luvun loppuun asti, kunnes kenraali Toyotomi Hideyoshi (豊臣秀吉) nousi valtaan ja aloitti maassa mittavat uudistukset. Sisällissotien aiheuttaman sekasorron järkytettyä pahasti maan vakautta ja aseistettujen joukkojen liikkuessa kaikkialla, Hideyoshi päätti ryhtyä konkreettisiin toimiin kaipaamaansa rauhan ja järjestyksen luomiseksi. Niinpä hän vuonna 1588 määräsi toimeenpantavaksi valtakunnallisen miekkojen takavarikoinnin, *katana garin* (刀狩). Kansan aseistariisunnan jälkeen vain ammattisotilailla oli oikeus pitää hallussaan sodankäyntiin tarkoitettuja aseita (kuva 4.2).

[5] Toisen maailmansodan myötä termillä *kamikaze* alettiin viitata japanilaisiin itsemurhapommittajiin, joiden oli tarkoitus aiheuttaa mahdollisimman paljon tuhoa yhdysvaltalaisille sotalaivoille, uhraten samalla oma henkensä räjähdyksen seurauksena.

Kuva 4.2: Aseistautunut samurai ja hänen sotaratsunsa. Toyotomi Hideyoshin määräämän valtakunnallisen miekkojen takavarikoinnin myötä vain samurailla oli oikeus pitää mukanaan sodankäyntiin tarkoitettuja aseita.

Lähde:
https://iki-toki.jp/wp-content/uploads/2016/03/258-1.jpg

4.6 Tokugawa-shogunaatin synty

Kuva 4.3: Tokugawa Ieyasu.

Lähde:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tokugawa_Ieyasu2_face.png

1500-luvun loppupuolelle tultaessa yhteiskunnallinen tilanne alkoi vähitellen rauhoittua ja valtakuntaan saatiin luotua taas pysyvä ja tehokas keskushallinto. Vuonna 1598 Toyotomi Hideyoshin kuoltua Japanin johtoon nousi viiden vanhimman komitea (五大老 *go-tairō*), jonka Hideyoshi oli perustanut kolmisen vuotta aikaisemmin. Komitean oli määrä toimia Japanin johdossa, kunnes Hideyoshin poika Hideyori (秀頼) saavuttaisi riittävän iän vallan kahvaan noustakseen. Hideyoshi nimitti komiteansa jäseneksi viisi mahtavinta daimiotaan, joista vaikutusvaltaisin oli Tokugawa-klaania edustanut Tokugawa Ieyasu (徳川家康, kuva 4.3). Hideyoshin ajatuksena oli, että komiteaan valikoituneet daimiot tasapainottaisivat toisiaan niin, ettei kenellekään heistä olisi mahdollisuutta asettua maassa yksinvaltiaaksi. Kuitenkin jo pian Hideyoshin poismenon jälkeen komitean jäsenet asettuivat tiukasti kahteen leiriin, Tokugawa-mielisten ja Tokugawaa vastustavien joukkoihin, joista kummallakin oli määrätietoisena tavoitteenaan saada maan korkein valta itselleen (Chamberlain, 1905, s. 223–245; Fält et al., 1994; Griffis, 1883).

Vuonna 1600 maan poliittinen tilanne kärjistyi ja johti Sekigaharan taisteluna (関ヶ原の戦い *Sekigahara no tatakai*) tunnettuun aseelliseen selkkaukseen Tokugawa Ieyasun ja Toyotomi Hideyoshin joukkojen välillä. Tokugawa-klaanin voittoon päättynyt taistelu toimi merkittävänä käännekohtana Japanin historiassa, koska se johti maata yli 250 vuotta johtaneen Tokugawa-shogunaatin perustamiseen. Taistelu merkitsi Sengoku-kauden loppua ja aloitti maassa vuosikausia kestäneen rauhan ajan, Edo-kauden (江戸時代 *Edo-jidai*).

Tokugawa-klaanin vaikutusvallan vakiinnuttua Hideyori saatiin työnnettyä nopeasti syrjään ja hänen hallittavakseen annettiin vain Osakan linna. Tämä oli kuitenkin vain väliaikainen toimenpide, jolla Hideyori pyrittiin pitämään kurissa hänen myöhempää kukistamistaan varten, sillä Hideyoria pidettiin edelleen potentiaalisena uhkana uudelle Tokugawa-johtoiselle sotilashallitukselle. Vuosina 1614–1615 Osakan saarroksena (大阪の陣 *Ōsaka no* *jin*) tunnetussa taistelujen sarjassa Tokugawa liittolaisineen viimein hyökkäsi Toyotomi-klaanin kimppuun ja sai kukistettua sen viimeisetkin kannattajat. Onnistunut hyökkäys merkitsi maata pitkään riepotelleiden konfliktien päättymistä, sillä Osakan saarros hävitti viimeisimmän Tokugawa-shogunaatin perustamista vastustaneista ja siten Tokugawa-klaanin asemaa uhanneista aseistautuneista ryhmittymistä.[6] (Fält et al., 1994; Gordon, 2003; Sansom, 1961; Turnbull, 2018.)

4.7 Edo-kausi (v. 1600–1868)

1600-luvun alussa sisällissotien päätyttyä maahan laski jälleen rauha ja yhteiskuntajärjestelmää alettiin sorvata uudestaan sodan jälkeisen väestörakenteen pohjalta. Japanissa ei vielä aikaisemmin ollut varsinaista kiinteää sotilasluokkaa. Ennen 1500-luvun loppua sosiaalinen liikkuvuus oli ollut melko vapaata ja sotilaaksi saattoi ryhtyä periaatteessa kuka tahansa kynnelle kykenevä, kunhan tällä oli tarpeellinen aseistus. Mallia otettiin Kiinasta, jossa oli jo vakiintunut uuskungfutselaisten vaikutteiden pohjalta rakennettu hierarkinen järjestelmä. Tuloksena oli kansan jako neljään luokkaan: sotilaisiin, maanviljelijöihin, käsityöläisiin ja kauppiaisiin (japaniksi 侍 *shi*, 農 *nō*, 工 *kō*, 商 *shō*). Maanviljelijöiden luokka oli 80 % osuudellaan näistä kaikkein suurin. Kauppiaiden ryhmä oli jaossa kaikkein alimpana, koska kungfutselaisen käsityksen mukaan he olivat yhteiskunnallisesti tuottamattomia.

Shogunaatin asettama sosiaalihierarkinen luokitus oli ehdoton: luokitus kulki perinnöllisesti, eikä kansalaisen ollut mahdollista siirtyä ryhmästä toiseen. Jokaiselle luokalle määrättiin tiukat roolit ja vastuut, ja luokkien toimintaa säädeltiin ylhäältä käsin aina pukeutumisesta ja ulkomuodosta alkaen. Erityisesti maanviljelijöiltä kiellettiin kaikenlainen maanviljelyyn liittymättömän toiminnan harjoittaminen ja aseiden hallussapito. Kiellon tarkoituksena oli varmistaa maata omistaville daimioille tasainen tulonlähde sekä pitää huolta, ettei talonpojilla olisi mahdollisuutta nousta kapinaan hallitsevaa shogunaattia vastaan. Myös sotilaiden suvuissa yhteiskunnallinen asema oli periytyvä ja kaikki perheeseen syntyneet miespuoliset jäsenet saivat itselleen samurain statuksen. Yleensä kuitenkin vain vanhin poika peri isänsä virka-aseman palkkoineen päivineen.

Yhteiskuntajärjestelmän uudistuksen myötä ihmisten väliset suhteet määritettiin kungfutselaisen ideologian mukaisesti viideksi perussuhteeksi, joiden mukaisesti kaikkien yhteiskuntaan kuuluvien ihmisten velvollisuudet toistensa suhteen on tiukasti määritelty. Nämä viisi suhdetta olivat hallitsija ja hallittava, isä ja poika, mies ja vaimo, vanhempi veli ja nuorempi veli sekä toveri ja ystävä. Kungfutselaisen ajattelumallin keskiössä oli, että hierarkiassa ylempänä olevia tulisi kunnioittaa ja ylempiarvoisten tulisi vastavuoroisesti suojella ja pitää huolta alempiarvoisista. Yhdessä maahan luodun kastijärjestelmän kanssa kungfutselaisen ideologian pohjalle rakentunut luokitus oli omiaan voimistamaan eri sosiaalihierarkisiin luokkiin kuuluneen väestön välistä yhteiskunnallista segregaatiota. Ironista kylläkin, tiukan kastijärjestelmän tavoitteena oli pitkällä aikavälillä paremminkin määrä murentaa pohja yhteiskunnassa vallitsevilta luokkakäsityksiltä eikä niinkään vahvistaa niitä.

[6]Lähteistä riippuen Sengoku-kauden ajatellaan päättyvän joko Tokugawa-suvun valtaannousuun vuonna 1600 tai Osakan saarrokseen vuonna 1615, mikä on osin tulkinnanvarainen kysymys. Yhteiskunnallinen tilanne Japanissa alkoi selvästi rauhoittua Tokugawan noustua valtaan, mutta sisäistä jännittyneisyyttä maassa kesti aina siihen asti, kunnes vastapuoli saatiin täydellisesti kukistettua.

Tokugawa-kauden aikana Japanissa alkoi voimakas kaupungistuminen ja Japanin talous lähti merkittävään nousuun. Maataloudelle asetetun korkean painoarvon seurauksena kaupankäynti ja tuotanto kiihtyivät, mikä johti kauppiaiden sosiaaliryhmän vaurastumiseen sekä edelleen japanilaisten kaupunkien kasvuun. Kioton, Osakan ja Edon (nyk. Tokio) kaupunkeihin alkoi muodostua vilkkaita väestönkeskittymiä, jossa kaupankäynti kukoisti ja erilaiset kulttuurivaikutteet saivat kasvulleen otollisen pohjan. Kauppiaiden luokan voimakkaan ekonomisen kasvun jättäessä jälkeensä maatalouden parissa toimivat elinkeinonharjoittajat myös samurait ja daimiot saivat kokea taloudellisen asemansa uhatuksi, sillä daimioiden tulonlähteenä olivat maanviljelijöiltä kerättävät verot, joista daimiolle työskentelevät samurait saivat edelleen osuutensa. (Fält, 1992; Fält et al., 1994; Gordon, 2003.)

4.7.1 Yhteiskunnallinen kontrolli

Tokugawa-klaanin valtakaudella toiminut maan sotilashallinto oli pyrkinyt voimakkaasti kontrolloimaan paikallisalueiden johdossa toimineiden daimioiden toimintaa. *Sankin kōtai* (参勤交代) -nimellä tunnetussa politiikassa jokaisen daimion tuli jättää vaimonsa ja perijänsä shogunaatin hallintokaupunkiin Edoon panttivangeiksi sekä matkustaa vuosittain Edon ja oman hallintoalueensa välillä niin, että he asuivat joka toisen vuoden Edossa shogunaatin välittömässä läheisyydessä ja joka toisen vuoden omilla hallintoalueillaan. Lähempänä Edoa asuneet daimiot joutuivat vaihtamaan asuinpaikkaansa jopa puolivuosittain. Lisäksi järjestelmässä oli joitain poikkeuksia tärkeimpinä pidettyjen raja-alueiden daimioille yhteiskunnallisen järjestyksen ja rauhan ylläpitämiseksi. Politiikan tarkoituksena oli hallita daimioita ja estää heitä nousemasta kapinaan maata johtanutta shogunaattia vastaan. Daimiot määrättiin osallistumaan taloudellisesti mm. julkisten teiden rakentamiseen ja heitä kiellettiin osallistumasta hankkeisiin, jotka olisivat tulkittavissa sotilaallisina voiman osoituksina. Jokaisen daimion sallittiin lisäksi rakentaa vain yksi linna, jotta daimiot eivät voisi käyttää niitä välineinä toisiaan vastaan sotilaallisen mahtinsa kasvattamiseksi. (Chamberlain, 1905, s. 223–245; Fält et al., 1994; Reenpää, 1999.)

Läänityksiään johtaneet daimiot jaettiin kolmeen ryhmään sen mukaisesti, missä vaiheessa he olivat tukeneet maata hallitsevaa Tokugawa-sukua. Tokugawa-suvun läheiset sivusuvut muodostivat *shinpan* (親藩) -ryhmän. Kaikki *shinpan*-daimiot olivat sukua shogunille, mutta kaikki shogunin sukulaiset eivät kuitenkaan kuuluneet tähän ryhmään. Toiseen ryhmään, *fudai-daimioihin* (譜代大名 *fudai daimyō*), kuuluivat puolestaan kaikki ne, jotka olivat saaneet daimion arvon joko Tokugawa Ieyasulta tai hänen seuraajiltaan. Kolmannen ryhmän muodostivat *tozama-daimiot* (外様大名 *tozama daimyō*), jotka olivat saaneet daimion arvonsa Oda Nobunagalta tai Toyotomi Hideyoshilta tai jo ennen heidän valtakausiaan. Kaikki Sekigaharan taistelun aikaiset viholliset ja uudet liittolaiset lukeutuivat tähän ns. ei-Tokugawa-daimioiden joukkoon.

Daimioiden hallintoalueet jaettiin huolellisesti niin, ettei maassa pääsisi syntymään saavutettua yhteiskunnallista vakautta horjuttavaa Tokugawa-suvun vastaista liittoumaa. Maan johdon kannalta kaikkein epäilyttävimmät daimiot sijoitettiin läntisille reuna-alueille, ja heitä silmällä pitämään lähialueiden hallitsijoiksi asetettiin luotettaviksi tunnettuja, Tokugawalle uskollisia sukuja. Toisaalta läänitysten jakoa koskevilla toimilla haluttiin pitää huolta siitä, että mahdolliset hyökkäysreitit Edoon ja Kiotoon kyettäisiin sulkemaan niin hyvin kuin mahdollista, jotta Edossa toimineen sotilashallinnon ja Kiotoon toimineen keisarisuvun asema olisi yhteiskunnallisesti turvattu. (Fält et al., 1994; Gordon, 2003.)

4.8 Samurait – rauhan ajan soturit

Edo-kaudella samurait muodostivat maansa korkeimman ja arvostetuimman kansanluokan ja he olivat myös koulutukseltaan ja sivistystasoltaan kaikkien muiden kansanryhmien yläpuolella. Kuitenkin jo pelkästään samurailuokan sisällä oli suuria hierarkkisia eroja niin tuloissa kuin sotureihin kohdistuneessa arvostuksessakin. Johtavat virat läänityksissä ja keskushallinnossa siirtyivät ensisijaisesti perimäteitse sukupolvelta seuraavalle, mutta toisinaan myös arvoasteikolla alempana oleville samuraille saatettiin antaa niissä jalansijaa, mikäli heidän oli osoittaa riittävää ansioituneisuutta aiemmissa tehtävissään. Erityisesti alempiluokkaiset samurait olivat kuitenkin suhteellisen köyhiä koko Edo-kauden ajan korkeasta yhteiskunnallisesta asemastaan huolimatta. Ironista kylläkin, tiukan kastijärjestelmän tavoitteena oli pitkällä aikavälillä paremminkin määrä murentaa pohja yhteiskunnassa vallitsevilta luokkakäsityksiltä eikä niinkään vahvistaa niitä. (Fält, 1992; Reenpää, 1999.)

4.8.1 *Bushidō* – soturin tie

Keskiaikaisessa Japanissa samurain elämää ohjasivat tiukka eettinen koodisto ja käyttäytymisetiketti. *Bushidō* (武士道, ”soturin tie”) -nimellä tunnettu elämäntapaohjeistus piti sisällään joukon sääntöjä ja normeja, jotka liitettiin osaksi kunniakkaan samurain oikeaoppista ammatinharjoittamista. *Bushidō* oli tie, johon samurait koulutettiin ja jota heidän odotettiin noudattavan jokapäiväisessä elämässään. Samurai-säädyn tavoin myös samurain toimintaa ohjeistava koodisto siirtyi perimäteitse sukupolvelta seuraavalle, minkä takia *bushidō* haki ajan kuluessa muotoaan ja on siten pidemmällä aikavälillä rakentuneen kehityksen tulos.

Bushidōlla ei ole tarkkaa ilmaantumisvuotta, vaan se sai alkunsa Tokugawa-suvun hallintokaudella yhdessä sodankäyntitaitojen kehittymisen kanssa. *Bushidō* syntyi alunperin uuskungfutselaisten oppien pohjalta, mutta myöhemmin siihen sekoittui myös muita mannermaalta, pääasiassa Kiinasta peräisin olevia filosofisia, eettisiä ja uskonnollisia aineksia. Näistä mainittakoon mm. zen-buddhalaisuuden (luku 5.1.4) vaikutuksesta muuttunut suhtautuminen ihmisen kuolemaan, johon pelon sijaan alettiin suhtautua tyynen vastaanottavaisesti. (Fält et al., 1994; Reenpää, 1999.)

4.8.2 Sotureista virkamiehiksi

Noin 250 vuotta kestäneen Edo-kauden aikana Japanissa vallitsi rauhan aika, sillä saarivaltakuntana Japanilla ei juuri ollut ulkopuolisia vihollisia. Kun menneitä vuosisatoja värittäneet yhteydenotot eivät enää näyttäneet uusiutumisen merkkejä, ei aseiden hallussapidolle nähty enää välttämätöntä tarvetta. Niinpä 1800-luvun puolivälissä sotilaat alkoivat vähitellen laskea aseitaan syrjään ja korvasivat ne paperein ja kirjoitusvälinein. Entinen samurailuokka säilytti vakiintuneen korkean yhteiskunnallisen asemansa ja heistä tuli maata johtavien virkamiesten joukko. Vuoteen 1850 mennessä lukutaitoisten japanilaisten osuus oli kasvanut jo 40 prosenttiin, samalle tasolle kuin Euroopassa. Kuitenkin teknologisilta ja taloudellisilta kehitysaskeleiltaan Japani laahasi vielä selvästi Euroopan perässä. (Fält et al., 1994; Gordon, 2003.)

4.9 Japanin suhde länsimaihin

Ensimmäinen historiankirjoissa raportoitu kohtaaminen eurooppalaisten ja japanilaisten välillä tapahtui vuosina 1542–1543, kun Okinawaan (沖縄) suunnannut portugalilainen alus haaksirikkoutui eräälle japanilaiselle saarelle. Ennen tätä eurooppalaisten käsitykset Japanista olivat perustuneet pääasiassa italialaisen tutkimusmatkailija Marco Polon (v. 1254–1324) matkakertomuksiin. Polo ei tiettävästi koskaan käynyt Japanissa paikan päällä, mutta vuosina 1271–1295 Kiinassa viettämänään aikana hänen onnistui hankkia tietoja myös Japanista. Polon kerrotaan ylistäneen maan kauneutta sekä paikallisen väestön sivistyneitä käytöstapoja. Polon tekstien innoittamana Kristoffer Kolumbus (v. 1451–1506) lähti myöhemmin etsimään näitä Polon kertomuksissa kuvailtuja suunnattoman kauniita ja rikkaita Japanin saaria ja uskoikin lopulta saavuttaneensa ne – todellisuudessa Kolumbus oli kuitenkin Japanin sijaan päätynyt nykyisen Haitin alueelle. (Fält et al., 1994, s. 72–73.)

Pian portugalilaisten jälkeen maahan saapui matkailijoita myös Espanjasta ja Alankomaista. Japanilaisten silmissä ulkomaalaiset vierailijat näyttäytyivät sivistymättöminä muukalaisina, mutta heihin päätettiin kuitenkin suhtautua avoimen myötämielisesti. Eurooppalaisten kanssa käytiin kauppaa (南蛮貿易 *nanban bōeki*) ja heidän annettiin levittää vapaasti kristinuskoa (キリシタン *kirishitan*) ilman, että siihen olisi nähty olevan tarvetta puuttua erityisin laein taikka säädöksin. Vuonna 1568 kristinuskon nimeen vannonut luoteis-Kyushun alueella toiminut daimio perusti Nagasakiin (長崎) sataman, joka kymmenisen vuotta myöhemmin vuonna 1579 päätyi jesuiittojen hallinnon alaisuuteen ja kasvatti kristinuskon vaikutusvaltaa. Vuoteen 1582 mennessä Japaniin oli perustettu jo 200 kristillistä kirkkoa ja maan väestöstä 2 % eli n. 150 000 ihmistä oli kääntynyt kristinuskon kannattajaksi. Vallitsevin uskonto Tokugawa-kauden aikana oli kuitenkin uskollisuutta ja velvollisuudentunnetta painottanut kungfutselaisuus, jonka mukainen yhteiskuntafilosofia oli myös maahan syntyneen luokkahierarkian perustana. (Boxer, 1967; Chamberlain, 1905, s. 223–245; Fält et al., 1994.)

4.9.1 *Sakoku* – eristäytyneisyyden kausi

Hiljalleen asenteet ulkomaisia vaikutteita kohtaan muuttuivat ja kristilliset opit koettiin uhkana maan vakauden ja kansallisen yhtenäisyyden säilymiselle. Niinpä 1600-luvulla valtaan astuneen Tokugawa-shogunaatin määräyksestä kristinuskon levittäminen viimein kiellettiin, eurooppalaiset häädettiin pois Japanin maaperältä ja maa alkoi ottaa tietoisesti etäisyyttä ympäröivästä maailmasta. 1800-luvulle asti voimissaan ollut *sakoku* (鎖国, "suljettu maa") -nimellä tunnettu ulkopoliittinen järjestelmä asetti voimakkaita rajoituksia eurooppalaisten kanssa tehtävälle kaupankäynnille ja kielsi japanilaisia matkustamasta ulkomaille jopa kuolemanrangaistuksen uhalla. Yli kaksi ja puoli vuosisataa Tokugawa-johtoisessa Japanissa harjoitetun eristäytymiskauden aikana maa sulkeutui ulkomailta, ulkomaisten vaikutteiden levittäminen estettiin, yhteiskunnan toimintaa tarkkailtiin, hallinnon linjan vastaisia tekstejä sensuroitiin ja maahan asetettiin tiukka kastijärjestelmä. Todellisuudessa maa ei kuitenkaan missään vaiheessa onnistunut täydellisesti eristäytymispyrkimyksissään, vaan kaupankäyntiä Kiinan, Korean ja Alankomaiden kanssa jatkettiin edelleen. Virallisesti Japani avautui osittaiselle ulkomaankaupalle vuonna 1859, jolloin maa salli myös kansalaistensa liikkumisen rajojensa ulkopuolelle sekä vastaavasti ulkomaalaisten asukkaiden asettumisen maahan. Kuitenkin vasta vuoteen 1899 mennessä Japani oli kokonaan poistanut kaikki ulkomaankauppaa koskevat rajoitteensa.

Eristäytymiskaudella japanilaisten kosketus länsimaiseen kulttuuriin oli ollut niukkaa, mutta maa ei kuitenkaan ollut täydellisen tietämätön länsimaisen kulttuurin kehityksestä. Eristäytymiskauden päätyttyä Japanissa oli jo asiantuntijoita, tosin varsin vähän, jotka tunsivat länsimaisen kulttuurin tieteellisetkin saavutukset ainakin pääpiirteittäin. Tosiasiassa 1800-luvun alkupuolella Japani oli ei-eurooppalaisista kulttuureista kaikkein syvällisimmin perehtynyt länsimaiseen kulttuuriin. (Fält, 1992, s. 15.) Eristäytymiskausi vaikeutti kuitenkin merkittävästi maan kansalaisia pääsemästä käsiksi ulkomaalaisiin tieteellisiin teoksiin, minkä seurauksena Edo-kaudella alettiin mm. matematiikan saralla kehittää voimakkaasti omaa kansallisen matematiikan suuntausta, *wasan*-matematiikkaa (luku 6.2). (Chamberlain, 1905, s. 223–245; Fält et al., 1994; Gordon, 2003; Sakanishi, 1937.)

4.10 Japanin avautuminen

Japani oli poikkeuksellisesti saanut länsimaissa osakseen erityisen myönteistä huomiota aina ensimmäisistä kosketuksistaan eli 1200-luvun lopulta lähtien, vaikkakin 1600-luvulla tapahtuneet kristittyjen vainot vahingoittivatkin näitä käsityksiä. Vainoista huolimatta esimerkiksi Yhdysvalloissa Japania pidettiin 1800-luvun alussa ihanteellisena ja eksoottisena maana, mikä liittyi paitsi paikallisen luonnon kauneuteen ja maassa harjoitettuihin taiteenlajeihin, osaltaan myös sievinä pidettyjen japanilaisten naisten ihannointiin länsimaisten miesten keskuudessa. (Fält, 1992, s. 14–17.)

Aina 1800-luvun puoliväliin asti Japani sai kasvaa pitkälti omia polkujaan, mikä loi edellytykset myös omaleimaisena tunnetun japanilaisen kulttuurin kehitykselle. Reaktiot kansallisia uudistustoimia vastaan olivat olleet kohtuullisen rauhallisia, eikä maan sisällä esiintynyt enää sellaista poliittista kärjistymistä, minkä olisi katsottu uhkaavan maan vakautta. Shogunaatin suurimpana uhkana olivatkin kansallisten ääriliikkeiden sijaan Japanista kiinnostuneet imperialistiset länsimaat. 1800-luvun aikana erityisesti Yhdysvaltojen kiinnostus Tyynenmeren ja Itä-Aasian kauppaa kohtaan alkoi kuitenkin selvästi kasvaa, eikä Japanin vuosisatoja kestänyttä eristäytyneisyyttä katsottu lännessä enää hyvällä. Niinpä vuonna 1853 amerikkalainen upseeri Matthew Perry (kuva 4.4) laivueineen saapui Japanin rannikolle Yhdysvaltain silloisen presidentin Millard Fillmoren Japanin keisarille kirjoittama saatekirje kourassaan, aloittaen *Perryn mustina laivoina*[7] tunnetun tapahtumasarjan.

Kuva 4.4: Matthew Perry (v. 1794–1858), amerikkalainen laivastoupseeri.

Lähde: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Matthew_Calbraith_Perry.jpg

Kirjeessä kehotettiin Japania avaamaan satamansa ulkomaankaupalle sekä solmimaan diplomaattisuhteet Yhdysvaltojen kanssa. Amerikkalaisten asettamat ehdot maiden väliselle kaupankäynnille olivat Japanille epäedullisia, mutta maa päätti kuitenkin myöntyä amiraali Perryn vaatimuksiin, koska Japanin hallituksessa katsottiin, ettei maalla olisi ollut riittäviä aseellisia resursseja torjua länsimaiden mahdollista hyökkäystä – länsimaissa tapahtuneen

[7]Termiä ”mustat laivat” (黒船 *kurofune*) käytettiin alunperin kuvaamaan maahan 1500-luvulla saapuneita portugalilaisia purjealuksia, joiden päällisrakenteet olivat tervauksen vuoksi mustia. Useampimastoiset karakit olivat suosittu alustyyppi portugalilaisten ja espanjalaisten tutkimusmatkailijoiden keskuudessa 1400–1500-luvuilla, sillä ne kestivät voimakkaampiakin aallokkoja ja toisaalta niissä oli riittävästi säilytystilaa elintarvikkeille pitkiäkin merimatkoja varten. (Kirsch, 1990.) Myöhemmin termiä ”musta laiva” alettiin käyttää kaikista maahan saapuneista länsimaisista aluksista. Kuitenkin 1800-luvun puolivälistä lähtien termillä on viitattu erityisesti yhdysvaltalaisen kommodori Matthew Perryn neljästä sota-aluksesta koostuneeseen laivastoon.

teknologisen kehityksen ansiosta Yhdysvaltain laivastot kun olivat tekniseltä tasoltaan selvästi japanilaisia sota-aluksia edellä. Niinpä vuonna 1854 maat solmivat enemmän tai vähemmän vastentahtoisesti Kanagawan sopimuksena tunnetun ”Rauhan ja ystävyyden sopimuksen”, joka oli ensimmäinen Japanin ja ulkovaltojen välillä solmituista kansainvälisistä sopimuksista. (Cullen, 2003; Fält et al., 1994; Matthew C. Perry, 2018.)

4.11 Shogunaatti kahden joukon ristitulessa

Maan oppositiossa ei katsottu hyvällä hallituksen toimia, jotka opposition näkemyksen mukaan vaaransivat Japanin autonomisuutta ja uhkasivat tehdä Japanista länsimaiden pelinappulan. Hallituksen vastustajat vaativat maan poliittisen vallan siirtämistä keisarille sekä maahan tunkeutuneiden ”barbaarien” karkottamista maasta välittömästi. Niinpä vuonna 1863 keisari Kōmein (孝明天皇 *Kōmei-tennō*) kirjoittaman *jōi chokumei* (攘夷勅命, ”käsky barbaarien karkottamiselle”) -nimisen ediktin myötä maassa päätettiin ryhtyä konkreettisiin toimiin maan länsimaistamiseen pyrkineitä suunnitelmia vastaan. Edikti perustui laajalle levinneeseen ulkomaalaisvastaiseen *sonnō jōi* (尊皇攘夷, ”kunnioittakaa keisaria ja karkottakaa barbaarit”, kuva 4.5) -nimellä tunnettuun legitimistiseen näkemykseen, johon keisari Kōmei itse henkilökohtaisesti yhtyi. Vastoin vuosisatoja kestänyttä vallanjaon perinnettä, jossa keisari ei ollut käytännössä puuttunut maansa poliittiseen päätöksentekoon, keisari päätti tällä kertaa ottaa itse aktiivisen roolin maansa asioiden parantamiseksi.

Maata johtanut shogunaatti ei kuitenkaan ollut halukas ryhtymään keisarin käskyn toimeenpanoon, minkä takia edikti synnytti kansallista kiihkoa paitsi imperialistisia länsimaita, myös oman maan hallintoa kohtaan. Näistä länsimaiden vastaisista toimista tunnetuin oli Shimonosekin (下関) salmella tapahtunut hyökkäys, jossa hallituksen vastainen Chōshūn läänitys (長州藩 *Chōshū-han*) avasi tulen alueellaan purjehtineita ulkomaalaisia kauppalaivoja vastaan ilman minkäänlaista ennakkovaroitusta. Välikohtauksen lietsoma vyyhti sai edelleen hallituksen toimiin pettyneet isännöttämät samurait liikkeelle, minkä tuloksena monet shogunaatin virkamiehet ja maassa toimineet länsimaalaiset kauppiaat menettivät henkensä samuraiden suorittamien salamurhaoperaatioiden seurauksena.

Kuva 4.5: Sumopainija ojentamassa ulkomaalaista barbaaria *sonnō jōi* -sloganin innoittamassa taiteessa.

Lähde: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Foreigner_and_Wrestler_at_Yokohama_1861.jpg

Hyökkäyksen kohteeksi joutuneet länsimaat eivät luonnollisestikaan katsoneet japanilaisten toimia läpi sormien, vaan maat lyöttäytyivät yhteen osallistuakseen Chōshū-läänityksen pääsataman, Shimonosekin pommitukseen (下関戦争 *Shimonoseki sensō*) kostaakseen heihin kohdistuneen vastarintaliikkeen hyökkäyksen. Chōshūn joukot tekivät parhaansa taistelussaan länsimaisia laivastoja vastaan, mutteivät kuitenkaan sotilaalliselta varustautumiseltaan kykeneet vetämään vertoja länsimaisille vastustajilleen. Chōshūn läänitys antautui hyökkäjilleen vuonna 1864, ja länsimaat asettivat maata johtaneelle Tokugawa-shogunaatille mittavat vahingonkorvausvaatimukset.

Shogunaatilla ei kuitenkaan ollut riittävää maksukykyä vastata länsimaiden esittämiin korvausvaatimuksiin, mikä johti pakotteisiin maan tariffien laskemiseksi sekä uusien satamien avaamiseksi ulkomaankaupalle. (Chamberlain, 1905; Cullen, 2003; Fält et al., 1994; Holcombe, 2017; Matthew C. Perry, 2018.)

4.12 Meiji-restauraatio (v. 1866–1869)

Meiji-restauraatiolla (明治維新 *Meiji ishin*) tarkoitetaan Japanissa vuosina 1866–1869 tapahtunutta poliittista vallankumousta, jonka seurauksena maata aina 1600-luvulta lähtien hallinneen Tokugawa-shogunaatin valtakausi saapui päätökseensä ja korkein valta palautettiin takaisin keisarille. Taustalla olivat kansallistason ongelmien jatkuva kasvu sekä pelko Japanin päätymisestä ulkovaltojen käsiin. Länsimaiden Kiinaan kohdistamat imperialistiset paineet olivat toimineet Japanille varoittavana esimerkkinä ja ajoivat hallituksen vastaiset vastarintaliikkeet konkreettisiin toimiin maan sosiaalipoliittisen tilanteen parantamiseksi. (Chamberlain, 1905, s. 216–219; Cullen, 2003.)

Meiji-restauraation johtajat olivat pääasiassa nuoria samuraita, jotka olivat kotoisin Tokugawa-shogunaattia voimakkaasti vastustaneilta läänitysalueilta. Shogunaatin vastustajien mielestä Japani oli taipunut liian helposti ulkovaltojen käskyyn avata maa ulkomaankaupalle, ja vaarana oli kansallisvaltion kuihtuminen sekä kansallisidentiteetin rappeutuminen. Restauraatiohankkeen kannalta merkittävimpiä alueita olivat Chōshūn läänitys läntisen Honshun alueella sekä Satsuman läänitys (薩摩藩 *Satsuma-han*) eteläisen Kyushun alueella. Chōshūn ja Satsuman läänitysten johtajat perustivat keskenään allianssin, jonka päämäärä oli syrjäyttää maata johtanut Tokugawa-shogunaatti hallitsevalta asemaltaan ja palauttaa keisarille maan todellinen poliittinen käskyvalta.

Vuosina 1868–1869 käydyssä Boshin-sodassa (戊辰戦争 *Boshin sensō*) Chōshūn ja Satsuman joukot ottivat yhteen Tokugawa-shogunaatin sotavoimia vastaan. Sota johti Tokugawan joukkojen karvaaseen tappioon, minkä seurauksena taisteluista voittajina selvinneet keisarimieliset joukot syöksivät Tokugawa-suvun vallasta, luoden perustan maan uudelle keisarijohtoiselle aikakaudelle. Chōshū-Satsuma-allianssin tukeman keisari Kōmein menehdyttyä vuonna 1867 Japanin keisariksi nousi hänen vielä teini-ikäinen poikansa Mutsuhito, joka toimi Japanin johdossa aina vuoteen 1912 saakka. Tänä aikana Japani kehittyi nopeiden kehitysvaiheiden seurauksena pitkään eristäytyneestä feodaaliyhteiskunnasta yhdeksi maailman suurimmista kapitalistisista talousmahdeista. (Cullen, 2003; Fält et al., 1994; Gordon, 2003.)

4.13 Meiji-kausi (v. 1868–1912)

Meiji-kauden aikana Japanissa aloitettiin mittavat uudistustoimenpiteet, joiden tavoitteena oli kiriä umpeen sitä kehityksellistä kuilua, joka Japanille oli kuluneiden vuosisatojen aikana syntynyt maan eristäydyttyä ulkomaisilta kulttuurivaikutteilta. Tokugawa-kaudella vallinnut rauhan ja vakauden aika sekä sotilaallisen hiljaiselon mahdollistanut ekonominen kasvu olivat luoneet edellytykset Meiji-restauraation jälkeen alkaneelle nopealle teollistumiselle, minkä aikana Japani koki merkittäviä sosiaalisia, poliittisia ja taloudellisia uudistuksia. Vuosisatoja maata ohjannut feodaalinen järjestelmä lakkautettiin ja sen tilalle luotiin hallituspohjainen poliittisen päätöksenteon järjestelmä. Uuden hallituksen myötä maa avattiin jälleen kaupankäynnille ja länsimaisia kulttuurivaikutteita pyrittiin järjestelmällisesti integroimaan osaksi japanilaista yhteiskuntaa. Kiinassa kansallinen eristäytyminen sen sijaan jatkui, ja havainto japanilaisten ”veljeilystä” länsimaiden kanssa sekä sotilaallistumispyrkimyksistä muutti Kiinan suhtautumista maata kohtaan niin, että Kiina alkoi pitää Japania entistä suurempana uhkana omalle turvallisuudelleen.

Vuonna 1871 maahan perustettiin kansallisarmeija (大日本帝国陸軍 *Dai-Nippon teikoku rikugun*), jonka asema voimistui pari vuotta myöhemmin asevelvollisuuslain voimaan astumisen myötä. Kansallisena tunnuslauseena toiminut *fukoku kyōhei* (富国強兵, ”rikas maa, vahva armeija”) kiteytti nämä uuden ajan johtajien maata ja sen politiikkaa uudistavat päämäärätietoiset pyrkimykset yhteen ponnekkaaseen lausahdukseen, korvaten aiemmin Tokugawa-shogunaatin alasajon aikana muodissa olleen *sonnō jōi* -nimellä tunnetun filosofisen näkemyksen.

Meiji-restauraation käynnistämistä mittavista uudistustoimista huolimatta kesti vielä useampia vuosia, ennen kuin reformit alkoivat vaikuttaa maan koulutuspolitiikkaan. Vuonna 1872 Japanissa otettiin käyttöön kansainvälinen koulutusjärjestelmä, jossa erityisesti alkuvaiheessa länsimaisella opetuksella oli suuri painoarvo. Uusi järjestelmä oli ollut kehitteillä jo pidemmän aikaa, mikä omalta osaltaan helpotti koulutusuudistuksen täytäntöönpanoa muiden maassa voimaanastuneiden muutostoimien ohessa. (Chamberlain, 1905; Fält et al., 1994; Gordon, 2003; Rubinger, 1995.)

Koulutusjärjestelmän hallinnollinen puoli lainattiin Ranskasta, yliopistojen ympärille rakentunut koulutusmalli Saksasta ja kasvatuksellinen paradigma puolestaan Yhdysvalloista. Amerikkalaisen filosofi ja psykologi John Deweyn koulutusjärjestelmän uudistamiseen tähdänneiden visioiden omaksumisen myötä Japaniin syntyi maassa vielä tänäkin päivänä voimissaan oleva koulutuksellinen perinne, jossa kouluilla katsotaan olevan vastuu opiskelijoiden kokonaisvaltaisesta kehityksestä. (Tarkiainen, 2013.)

4.13.1 Feodaaliyhteiskunnan sortuminen

Meiji-kauden uudistustoimet johtivat myös alueellisiin reformeihin, joiden myötä keisarihovi siirrettiin Kiotosta shogunaatin hallitsemaan Edoon keisari Mutsuhiton johtaman uuden hallituksen tavoitteiden mukaisesti. Muutoksen myötä Kioto menetti pääkaupungin asemansa Edolle, joka sai uudeksi nimekseen *Tōkyō* (東京, ”itäinen pääkaupunki”). Tokugawa-shogunaatin kaatuminen johti myös suuriin alueellisiin ja hallinnollisiin uudistuksiin, jossa vuosisatojen ajan käytössä ollut feodaaliherrojen läänityksiin perustuva *han*-järjestelmä lakkautettiin ja sen tilalle luotiin prefektuureista koostuva hallintoaluejärjestelmä. Japaniksi *haihan chiken* (廃藩置県) -nimellä tunnetun yhteiskunnallisen rakennemuutoksen yhteydessä samalla myös lääninherrojen ja aateliston etuoikeuksista luovuttiin, ja lääninherrojen hallussa olleet maa-alueet palautettiin takaisin keisarin hallinnon alaisuuteen (版籍奉還 *hanseki hōkan*).

Han-alueiden tavoin prefektuureja oli alunperin yli 300, mutta parin vuosikymmenen aikana tapahtuneiden yhdistymisten myötä niiden määrää alettiin merkittävästi vähentää, kunnes vuonna 1888 maa oli onnistuneesti jaettu 47 prefektuuriin eli valtionalaiseen hallintoyksikköön, jotka tunnetaan Japanissa yhteisnimellä *todōfuken* (都道府県). Vuonna 1888 perustettu aluejakojärjestelmä on käytössä maassa vielä tänäkin päivänä, ja jokaista prefektuuria johtaa oma vaaleilla valittu valtuusto ja kuvernööri. (Cullen, 2003; Fält et al., 1994; Gordon, 2003; Rubinger, 1995.)

Luku 5

Japanilaisen koulutuksen kehitys

5.1 Buddhalaisuus

Buddhalaisuus (仏教 *bukkyō*) levisi kiinalaisten lähetyssaarnaajien myötä Korean kautta klaanien asuttamaan Japaniin noin 600-luvulla. Japanissa varsinaiseksi buddhalaisuuden perustajaksi luetaan 500–600-luvulla maassa toiminut prinssi Shōtoku Taishi. Uskonnon leviämistä edesauttoi Yamato-kauden aikaisen Japanin voimakkaimpiin sukuihin kuuluneen Soga-klaanin aktiivinen työpanos asian edistämiseksi, mitä ilman buddhalaisuus tuskin olisi saavuttanut sellaista asemaa kuin mikä sillä yhä tänä päivänä maassa on. (Aston, 1899.)

5.1.1 Aristokraatit vastakkain

Yamato-kauden aikaisessa japanilaisessa yhteiskuntahierarkiassa jokaisella klaanilla oli perinnöllinen arvonimi (姓 *kabane*), joka kuvasti klaanin arvoasemaa suhteessa toisiin klaaneihin. Arvonimistä kaksi korkeinta olivat *Omi* (臣) ja *Muraji* (連), jotka oli varattu kaikkein mahtavimpia klaaneja varten. Klaanien, jotka olivat ansainneet itselleen *Omin* tittelin, katsottiin kuuluvan osaksi keisarillista sukuhaaraa, eli kuuluvan ns. *kōbetsu shizoku* (皇別氏族) -sukuihin. *Murajin* titteliä hallussaan pitäneet klaanit kuuluivat puolestaan ns. *shinbetsu shizoku* (神別氏族) -sukuihin, joiden ajateltiin olevan sukua muinaisille shintolaisille jumalille.

500–600-lukujen aikana Soga-klaani oli kohonnut maassa poikkeuksellisen vaikutusvaltaiseen asemaan klaanin onnistuttua valtaamaan Omin tittelin kokonaan itselleen. Klaanilaisten avioiduttua vuosina 539–571 Japania hallinneen keisari Kinmein (欽明天皇 *Kinmei-tennō*) kahden tyttären kanssa klaani sitoutti itseään yhä tiivimmin osaksi keisarillista sukulinjaa useiden sukupolvien ajaksi. Samanaikaisesti, kun keisari toimi maan hengellisenä johtajana, Soga-suku huolehti dominoivasti maallisen tason päätöksenteosta ja laajensi mahtiaan vähitellen koko valtakunnan kattavaksi.

Soga-klaanilla oli ollut lukuisia kontakteja ulkomaille, erityisesti Kiinaan ja Koreaan, ja he kannattivat voimakkaasti buddhalaisten oppien sekä kungfutselaisvaikutteisen yhteiskuntajärjestelmän omaksumista maahan. Klaanin sisällä uskottiin vahvasti siihen, että buddhalaisuuden nimeen vannominen olisi merkki ihmisen sivistyneisyydestä, minkä takia klaani pyrki aktiivisesti auttamaan Kiinasta saapuneita munkkeja lähetystyönsä toimeenpanossa. Soga-klaanin johdolla erääseen maan keskeiseen shintolaispyhäkköön mm. ripustettiin suuri pyhän Buddhan kuva. Buddhalaisuuden ajateltiin uudistavan maan hallintoa tavalla, joka horjuttaisi klaanien autoritääristä asemaa ja toimisi kansaa yhdistävänä tekijänä maata johtaneen keisarin alaisuudessa.

Vuonna 644 Soga-klaanin päälliköt eivät enää tyytyneet hoitamaan hallinnollisia tehtäviä piilossa keisarin takana, vaan pyrkivät tietoisesti kasvattamaan asemaansa muiden klaanien silmissä. Klaani aloitti mittavat rakennushankkeet, joiden tuloksena syntyi valtavia klaanilaisille omistettuja sukuhautoja sekä palatseja. Näiden toimien myötä Sogat viestivät toisille klaaneille siitä, että heidän sukuhaaraansa tulisi pitää oikeisiin hallitsijoihin rinnastettavina korkeamman tason auktoriteetteina.

Hovin sisällä Soga-klaanin visioiden, mukaan lukien buddhalaisuuden levittämisen suurimpia vastustajia olivat aristokraattiyhteisön shintolaisista palvelusmenoista vastuussa ollut Nakatomi-suku (中臣 *Nakatomi*) sekä militaristinen Mononobe-klaani (物部 *Mononobe*), jotka olivat kummatkin *Murajin* arvonimeä kantavia klaaneja. *Omi*-klaanien kanssa arvoasteeltaan tasavertaiset *Muraji*-klaanit olivat ajautuneet keskenään toistuvasti erilaisiin katsomuksellisiin konflikteihin mm. keisariuden perimykseen liittyvistä erimielisyyksistä johtuen, ja buddhalaisuuden saatua maassa yhä enemmän jalansijaa näiden aikaisempien hiertymien aiheuttamat uurteet alkoivat entisestään syventyä.

Hoviyhteisön eheyttä sisältä riepotellut konfliktintäyteinen aika ja sen myötä Soga-klaanin johtava asema keisarihovin johdossa tuli lopulta traagisesti tiensä päähän Nakatomi-klaanin ja prinssi Naka no Ōen (中大兄皇子 *Naka-no-Ōe no ōji*) onnistuneesti suorittaman Soga-klaaniin kohdistuneen salamurhaoperaation sekä tätä seuranneen vallankaappauksen myötä vuonna 645 (Isshin välikohtaus, 乙巳の変 *Isshi no hen*). Kahta vuotta myöhemmin täytäntöönpannun Taika-uudistuksen myötä valta palautettiin jälleen takaisin keisarille ja maassa aloitettiin mittavat yhteiskuntajärjestelmää sekä hallinnollisia rakenteita koskeneet uudistustoimenpiteet (luku 4.2). Yli puoli vuosisataa kestäneen ideologisen kamppailun tuloksena buddhalaisuus oli kuitenkin onnistunut vakiinnuttamaan asemansa Soga-klaanin tuella, minkä seurauksena buddhalaiset opit alkoivat vähitellen muovautua osaksi vallinneita kulttuurisia arvoja sekä shintolaisia uskonnollisia perinteitä. (Aston, 1899; Dolan & Worden, 1992; Sansom, 1958; Tamura, 2001.)

5.1.2 Buddhalaisuuden kukoistus

Kuva 5.1: Buddhalainen Tōdaijin keskustemppeli Naran kaupungissa vuonna 2015. (Kuva tekijän ottama.)

Buddhalaisuuden saapuminen oli alku yhdelle suurimmista kulttuurivaikutuskausista koko maan historiassa. Buddhalaisuus kukoisti Japanissa erityisesti Nara-kauden aikaan (奈良時代 *Nara-jidai*, v. 710–794), jolloin sillä oli myöhempien vallanvaihdosten jälkeen viimein takanaan myös hoviylimistön tuki. Vuonna 752 Naran kaupunkiin rakennettiin mm. buddhalainen Tōdaijin keskustemppeli (東大寺 *Tōdaiji*, ”suuri itäinen temppeli”, kuva 5.1) sekä lukuisia pienempiä maakuntatemppeleistä (国分寺 *kokubunji*), joita Japanin valtio taloudellisesti tuki. Näistä maakuntemppeleistä tulikin pian sekä alueidensa uskonnollisia että sivistyksellisiä keskuksia. Buddhalaisuuden kasvu aiheutti kuitenkin maassa myös poliittisen tason ongelmia, sillä temppeleiden lisääntynyt vaikutusvalta oli pois muilta paikallistason auktoriteeteilta. Näistä johtuen pääkaupungin sijaintia päätettiin siirtää, ensin Nagaokaan ja myöhemmin vuonna 794 Heian-kyōn kaupunkiin (nykyinen Kioto), josta myös Nara-kautta seurannut Heian-kausi (平安時代 *Heian-jidai*, v. 794–1185) on saanut nimensä.

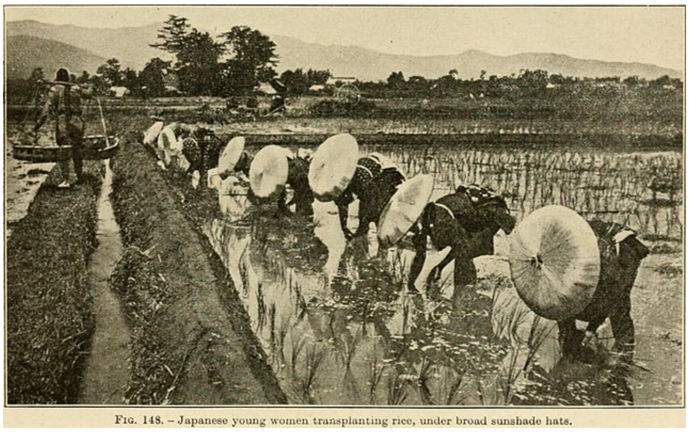
Alkuvaiheessa buddhalaisuutta pidettiin japanilaisten keskuudessa lähinnä kansallisen kulttuurin uutena muotona, eikä niinkään uutena uskonopillisena suuntauksena, joka syrjäyttäisi olemassa olleet shintolaiset perinteet. Tästä syystä buddhalaisuuteen liittyi aina alusta asti vahva kansallistasolta kumpuava pragmaattinen näkökulma, jossa kansalaisten toimintaa ohjasivat ennen kaikkea maallisen hyödyn tavoitteluun ja terveyden vaalimiseen liittyvät motiivit. Korkeamman tason tietoisuuden saavuttamiseen liittyvät hengelliset päämäärät, jotka olivat alkuperäisen buddhalaisen oppisuuntauksen keskiössä, eivät näyttäytyneet tavalliselle kansalaiselle tavoittelemisen arvoisilta. Buddhalaistemppeleissä kehittynyt kirjallinen perinne, joka oli sisällöllisesti lähempänä alkuperäisen buddhalaisuuden opinnuoraa, jäi korkealentoisuutensa ja vaikeaselkoisuutensa vuoksi vieraaksi muille kuin temppeleissä niitä opiskelleille munkeille. Tästä syystä buddhalaisuuden mukanaan tuomat opilliset elementit sulautuivat ja muokkautuivat nopeasti sellaiseen muotoon, joka ei monessakaan suhteessa ollut enää yhdenmukainen alkuperäisten buddhalaisten oppien kanssa.

Erityisesti Japanin kansanuskonto shintolaisuus imi buddhalaisuudesta ajan myötä itseensä lukuisia vaikutteita niin opillisella kuin hengelliselläkin tasolla. Tämä uskonnollinen synkretisointi oli monessa suhteessa ihan tarkoituksellistakin, sillä buddhalaisuuden yhdistäminen osaksi vakiintuneen kansanuskonnon oppeja ja käytäntöjä osoittautui hedelmälliseksi tavaksi nostaa buddhalaisuuden asemaa japanilaisen väestön keskuudessa. Uskonnollisia elementtejä sekoitettiin toisiinsa aina muinaisista jumaluuksista alkaen, esim. auringonjumalatar Amaterasu pyrittiin samaistamaan valaistuksen saavuttaneen suuren Buddhan kanssa. 700-luvulta lähtien maassa alkoivat myös yleistyä shintolaiset jumalpatsaat (神像 *shinzō*), missä buddhalaispatsaiden (仏像 *butsuzō*) näyttämällä esimerkillä oli kiistaton rooli. (Fält et al., 1994; Sansom, 1958; Tamura, 2001.)

5.1.3 Uskonnosta lohtua kansakunnan hätään

Koska Japanin maa-alasta suurin osa oli joko vuoristoista tai metsien peittämää, vain rajallinen osa maasta oli soveltuvaa maan- ja riisinviljelyn sekä kalastuksen ja paimentalouden harjoittamiselle. Tästä syystä Japaniin oli muodostunut paljon maantieteellisesti pienelle alueelle sijoittuneita mutta tiheään asuttuja väestönkeskittymiä. Lukuisten muiden kulttuurivaikutteiden tavoin myös japanilaisen maanviljelyn periaatteet olivat alunperin lähtöisin Kiinasta, jonka esimerkin mukaisesti myös Japanissa maatalouteen käytettävät resurssit kohdistettiin ensisijaisesti ns. viiden peruselintarvikkeen, eli riisin, ohran, vehnän, hirssin ja papujen (japaniksi 米 *kome*, 大麦 *ōmugi*, 小麦 *komugi*, キビ *kibi*, 豆 *mame*) tuottamiseen. Riisi oli näistä kaikkein tärkein ja samalla kaikkein arvokkain. Muita kasvatettiin lähinnä talvisaikaan silloin, kun riisipeltoja oli tarpeen kesannoida maaperän ravinnetasapainon vahvistamiseksi ja sen pieneliötoiminnan lisäämiseksi, jotta seuraavalla viljelyskaudella saataisiin taas tuottelias sato. (Chamberlain, 1905, s. 19–22.)

Kasvukauden päätteeksi sadoiltaan kukoistavat viljapellot olivat huolellisen pohjamaan kyntämisen, perusteellisen rikkaruohojen kitkemisen, riittävän lannoituksen, raskaan pengerryksen ja tarkkaan harkitun kastelun lopputulos (kuva 5.2). Johtuen saarivaltion sijainnista maantieteellisesti epävakaalla vulkaanisella alueella, maanjäristysten aiheuttamat maanvyöry- ja tsunamiriskit olivat verrattain korkeita, minkä takia sadon äkillinen tuhoutuminen luonnonvoimien seurauksena oli japanilaiselle maataloudelle alati taustalla vallitseva uhka. Ennen nykyaikaista rakennustekniikkaa taloja ja siltoja ei myöskään osattu vielä rakentaa niin, että niiden rakenteet olisivat kestäneet maanjäristyksistä aiheutuvaa vahinkoa ja rasitusta, minkä vuoksi ne olivat nykystandardeilla erittäin romahdusalttiita. Siten luonnonvoimien seuraukset paikallisiin elinolosuhteisiin niin sosiaalisen kuin teknisenkin infrastruktuurin toimivuuden osalta olivat pahimmillaan katastrofaaliset.



Kuva 5.2: Japanilaisia naisia istuttamassa riisiä 1900-luvulla otetussa kuvassa. Ennen maatalouskoneiden yleistymistä maanviljelyn työvaiheista oli suoriudettava ensisijaisesti ihmisvoimin, korkeintaan karjaeläinten avustuksella.

Lähde:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Farmers_of_forty_centuries;_or,_Permanent_agriculture_in_China,_Korea_and_Japan_(1900)_(14779234325).jpg

Vuosisatojen kuluessa maassa vaikuttaneet luonnononnettomuudet, nälänhätä ja yhteiskunnalliset levottomuudet ajoivat kanssa yhä enenevässä määrin hakemaan turvaa uskonnosta. Buddhalaisuudesta oli polveutunut lukuisia eri koulukuntia, jotka saivat osakseen yhä suurempia kannattajamääriä vetoamalla ahdistuneiden massojen uskonnollisiin tunteisiin. Itä-Aasian maassa laajimpiin harjoitettuihin buddhalaisuuden suuntauksiin kuului Kiinassa 500-luvulla syntynyt Puhtaan maan buddhalaisuus (浄土仏教 *Jōdo bukkyō*), joka oli taolaisuudesta vaikutteita saaneen zen-buddhalaisuuden tavoin kehittynyt ns. mahayana-suuntauksen pohjalta. Kiinassa ja Japanissa Puhtaan maan buddhalaisuuden koulukunnat uskoivat meneillään olevan aikakauden olevan ”rappeutunutta lopun aikojen aikaa” (末法 *mappō*), joka ennemmin tai myöhemmin tulisi johtamaan yhteiskunnan moraaliseen korruptoitumiseen ihmisten ollessa kyvyttömiä saavuttamaan buddhalaisuuden päämääränä siintävää valaistumisen astetta. Koulukunnan oppien mukaan ihminen ei voi tehdä mitään pelastuakseen, vaan hänen on vain rukoiltava ja luotettava Amida-buddhan armoon voidakseen päästä hänen kanssaan paratiisiin, Puhtaaseen maahan. (Chamberlain, 1905; Fält et al., 1994; Sansom, 1958; Tamura, 2001.)

5.1.4 Zen-buddhalaisuus

Puhtaan Maan buddhalaisuuden lisäksi toinen keskeinen Japanissa vaikuttanut buddhalaisuuden koulukunta oli zen-buddhalaisuus (禅 *zen*). Zen syntyi Kiinassa Tang-dynastian aikaan nimellä *chán* ja se sai huomattavan paljon vaikutteita erityisesti taolaisesta filosofiasta, minkä takia zenistä kehittyi hyvinkin omaleimainen buddhalaisuuden suuntaus. Kiinalaisesta alkuperästään huolimatta suuntaus tunnetaan lännessä japaninkielisellä nimellä zen, koska se tuli länsimaissa tunnetuksi nimenomaan japanilaisessa muodossaan.

Zen-buddhalaisuutta esiintyi Japanissa jossain määrin jo 700-luvulla, mutta sen vaikutus maassa kasvoi voimakkaasti erityisesti Kamakura-kauden aikana (v. 1185–1333), jolloin zenin kaksi suuntausta, ensin Rinzai-koulukunta (臨済宗 *Rinzai-shū*) vuonna 1191 ja myöhemmin Sōtō-koulukunta (曹洞宗 *Sōtō-shū*) vuonna 1227 levisivät Kiinasta Japaniin. Nämä koulukunnat erosivat toisistaan erityisesti siinä, miten zen-buddhalaisuudessa *satorina* (悟り) tunnettu valaistumisen tila saavutettaisiin.

Levittäytyessään maassa Sōtō-koulukunta sai kannatusta erityisesti talonpoikien ja alempiluokkaisten samuraiden keskuudessa, kun taas Rinzai vetosi erityisesti ylempiluokkaisiin samuraihin. Ensisijaisesti zenistä tuli kuitenkin sotilasluokan uskonto, jonka pohjalta myös *bushidō*-nimellä tunnettu samuraiden elämäntapaohjeistus ja eettinen koodisto (luku 4.8.1) sai alkunsa. Zenissä intuition rooli oli keskeinen, ja elämään ja kuolemaan suhtauduttiin välinpitämättömästi, mikä vetosi samuraihin: kun kuolema myöhemmin koittaisi, se olisi kohdattava päättäväisesti ja arkailematta, niin kuin kirsikankukka, joka äkillisen tuulenpuuskan myötä jättää puulle jäähyväisensä. (Fält et al., 1994.)

5.1.5 Kirjoitustaito ja muut kulttuurivaikutteet

Buddhalaisten munkkien myötä maahan saapui myös kirjoitustaito, kun Japaniin introdusoitiin kiinalaisperäisiin logogrammeihin, *kanjeihin* (漢字), perustuva merkkijärjestelmä. *Kanji*-järjestelmän pohjalta Japanissa kehittyi myöhemmin kaksi muuta merkkijärjestelmää, *hiragana*- ja *katakana*-tavuaakkostot, jotka *kanji*-merkkejä vastoin oli tarkoitettu puhtaasti kielen eri äänteiden esittämistä varten. Tämän päivän Japanissa näitä kaikkia kolmea merkkijärjestelmää käytetään sekaisin niin, että yksittäinen virke voi pitää sisällään (ja usein pitääkin) sekä *hiragana*-, *katakana*- että *kanji*-järjestelmän kirjoitusmerkkejä.[1]

Ensimmäinen Japanissa julkaistu ja jälkipolville säilynyt historiallinen teos oli vuonna 712 kirjoitettu kiinankielinen *Kojiki* (古事記) eli ”Vanhojen tapahtumien kirja”. *Kojikissa* esitetty historiankirjoitus ei kuitenkaan miellyttänyt maan hoviylimystöä, minkä takia vuonna 720 sen tilalle kirjoitettiin uusi *Nihon shoki* (日本書紀, ”Japanin aikakirjat”) -niminen teos, joka julkaisunsa myötä syrjäytti epäonnistuneena pidetyn *Kojikin* käytännössä kokonaan. Näissä teoksissa kuvailtiin shintolaisen luomiskertomuksen mukainen Japanin saarten, japanilaisen yhteiskunnan sekä japanilaisen keisaridynastian synty, jotka muinaisen uskomuksen mukaan olivat jumalallista alkuperää (luvut 2.2 ja 3.3).

Buddhalaiset koulukunnat, erityisesti zenbuddhalaisuus, välittivät uskonnollisten oppien ja kirjoitustaidon lisäksi mantereelta Japaniin runsaasti muitakin kulttuurivaikutteita, kuten

[1] Asioita hieman yksinkertaistaen näiden kolmen merkkijärjestelmän käytön voisi tiivistää toteamalla, että vierasperäiset sanat esitetään tyypillisesti *katakana*-järjestelmän avulla, sanojen taivutuspäätteet ja kieliopilliset rakenteet *hiragana*-järjestelmällä, ja erisnimet sekä sanojen vartalot *kanji*-järjestelmän avulla. Näiden lisäksi virkkeessä voi esiintyä myös latinalaisin aakkosin kirjoitettuja sanoja tai arabialaisin numeroin esitettyjä lukuja. (Fält et al., 1994, s. 287–299.)

maalauksia, posliineja, tekstiilejä sekä erilaisia taide-esineitä. Munkkien myötä maahan saapuivat myös matemaattiset laskentavälineet sekä kiinalainen kalenterijärjestelmä. Aktiivisesti itsensä kehittämiseen pyrkineet buddhalaiset munkit olivat kiinnostuneita lukuisista eri yhteiskunta-aloista sekä luonnontieteistä ja he perehtyivät syvällisesti mm. kiinalaisen kulttuurin piirissä tapahtuneisiin lääketieteen viimeisimpiin edistysaskeliin. Erityisesti alkuvaiheessa maan kansallisesta terveydenhuollosta huolehtivatkin juuri lääketieteeseen perehtyneet munkit, jotka ylläpitivät buddhalaisten temppeleiden yhteydessä omia vastaanottojaan, ns. temppeliklinikoita.

Munkkien kenties merkittävimmäksi ansioksi on kuitenkin luettava maassa leviämään alkanut sivistyksellinen perinne, jonka perustana olivat oppineiden munkkien maahan perustamat kansalliset oppilaitokset, *terakoya*-koulut. (Chamberlain, 1905, s. 231; Fält et al., 1994, s. 57–58; Tamura, 2001.)

5.2 *Terakoya*-koulut

Terakoya (寺子屋) -koulut olivat Edo-kaudella toimineita yksityisiä oppilaitoksia[2], jotka olivat hallinnollisesti buddhalaisten temppeleiden alaisuudessa. *Terakoya*-koulujen rooli oli merkittävä japanilaisen koulutuksen historiassa, koska *terakoyat* olivat ensimmäisiä tavallisten japanilaisperheiden lapsille avoimia oppilaitoksia. Ennen Edo-kauden alkua julkisten oppilaitosten tarjoama opetus oli nimittäin ollut vain samurai-perheiden ja sosiaalihierarkian ylimpään osaan kuuluneen väestönosan ulottuvilla. Edo-kauden puolivälissä kauppiasluokan nousu kuitenkin lisäsi merkittävästi *terakoya*-koulujen suosiota erityisesti suurissa kaupungeissa, joihin valtaosa kauppiaisluokasta oli maantieteellisesti keskittynyt. Kauppiaiden sosiaalisen aseman parantumisen vaikutukset heijastuivat samalla kuitenkin myös maaseudulle, jossa koulut saivat osakseen yhä enemmän huomiota.

Kuva 5.3: Japanilaisia lapsia opettelemassa lukemaan ja laskemaan Edo-kauden aikaisessa *terakoya*-koulussa.

Lähde: https://www.library.metro.tokyo.jp/portals/0/edo/tokyo_library/english/upimage/big/026.jpg

Terakoya-kouluissa opetuksen pääpaino oli luku- ja kirjoitustaidon opettamisessa, mutta näiden lisäksi kouluissa käsiteltiin myös helmitauluaritmetiikkaa (kuva 5.3), historiaa ja maantietoa, sekä erilaisia taiteenmuotoja kuten musiikkia ja kansallistansseja. Musiikin tunneilla harjoiteltiin perinteisten japanilaisten soittimien kuten *shamisenin* (三味線) ja *koton* (箏 tai 琴) käyttöä. Tytöille *terakoya*-kouluissa oli tarjolla koulutusta lisäksi myös teeseremonian (茶道 *sadō*), kukkien asettelun (生け花 *ikebana*) sekä ompelu- ja käsityötaitojen (裁縫 *saihō* ja 工作 *kōsaku*) osalta.

[2]Käytetystä lähteestä riippuen *terakoya*-koulut luokitellaan joko yksityisiksi tai julkisiksi oppilaitoksiksi, mikä johtuu sanan "julkinen" vaihtelevasta käytöstä. Koulut olivat yksityisiä siinä mielessä, että buddhalaisten temppeleiden alaisuudessa toimiessaan ne eivät olleet valtio-omisteisia. Toisaalta kouluja voidaan pitää myös julkisina, koska niihin oli pääsy kaikilla maan kansalaisilla heidän sosiaaliekonomisesta asemastaan huolimatta. Tässä yhteydessä "julkisuus" viittaa siis nimenomaan koulujen avoimuuteen, eikä taustalla olevaan organisaatiorakenteeseen.

Vaikka *terakoyat* olivat alunperin saaneet alkunsa buddhalaisista temppeleistä, koulujen opetus tapahtui temppeleiden sijaan yleensä opettajina (師匠 *shishō*) toimineiden buddhalaisten munkkien, samuraiden tai maallikoiden yksityiskodeissa. *Terakoya*-kouluissa opetushenkilökunta oli tavallisesti itse vastuussa myös koulun hallinnollisista tehtävistä. Suurin osa kouluissa toimineista opettajista oli miehiä, mutta erityisesti kaupungistuneimmilla alueilla, kuten Edossa, koulujen henkilöstöön kuului myös naisopettajia.

Terakoya-kouluille oli ominaista, että niissä tarjottu opetus oli luonteeltaan hyvin yksilöityä. Opetuksessaan *terakoya*-koulujen opettajat pyrkivät nimittäin räätälöimään opetustaan koulua käyvien lasten vanhempien ammattitaustan ja toiveiden mukaisesti niin, että lapsille tarjottu opetus tukisi parhaimmalla mahdollisella tavalla juuri niiden taitojen kehitystä, jotka olisivat olennaisia kunkin lapsen oman tulevaisuuden kannalta. Käytännössä esimerkiksi kauppiasluokkaan kuulunut väestönosa halusi lastensa saavan koulutusta erityisesti helmitaulun käytössä, jotta heistä kehittyisi aikanaan vanhempiensa veroisia vankkumattomia liike-elämän asiantuntijoita. (Dore, 1965; Tamura, 2001; Tokyo Metropolitan Library, 2011.)

5.2.1 Luku- ja kirjoitustaito

Lukutaidon opiskelussa *terakoya*-kouluissa noudatettiin kuitenkin yleensä vakiintunutta kaavaa, jossa lähdettiin liikkeelle japanin kielen tavuaakkoston (仮名 *kana*) opiskelemisesta ja kiinalaisperäisiin *kanji*-merkkeihin siirryttiin myöhemmin vasta sitten, kun koululaiset olivat saavuttaneet tavuaakkoston osalta riittävän sujuvan lukutaidon. Kirjoitustaitoa kouluissa harjoiteltiin niin, että opettaja näytti ensin mallia (手本 *tehon*) ja tämän jälkeen koululaiset yrittivät matkia opettajansa käsialaa kerta toisensa jälkeen, kunnes heidän kädenjälkensä olisi riittävän samankaltainen kuin opettajallaan. Kouluissa opiskeltavat tekstit olivat pääasiassa kiinan- tai japaninkielisiä klassikkoteoksia, joita ääneen lukien uutterasti päntättiin siihen asti, kunnes niiden sisältö opittiin lausumaan lähes ulkoa.

Terakoya- ja *han*-koulujen ansiosta Japanin väestö saavutti suhteellisen suuren lukutaidon asteen Edo-kauden kuluessa. Koulujen osallistumisaste oli erittäin korkea, eräiden lähteiden mukaan jopa 70–80 prosentin luokkaa. Vaikkakaan tarkkoja ja luotettavia tilastoja ei ole, on arvioitu, että Japanissa noin 50 prosenttia miehistä ja 20 prosenttia naisista oli saavuttanut jokapäiväisessä elämässä selviämiseen tarvittavan luku- ja laskutaidon Edo-kauden loppuun mennessä, pitkälti juuri buddhalaisten munkkien perustamien *terakoya*-koulujen ansiosta. Suurimmissa kaupungeissa lukemat olivat vielä näitäkin suurempia. Koko valtakunnan tasolla tarkasteltuna lukutaitoisten japanilaisten osuus oli kohonnut Tokugawa-shogunaatin hallintokaudella n. 40 prosenttiin, mikä oli samaa luokkaa kuin vastaavana aikana Euroopassa.[3] Nämä olivat huimia lukemia ottaen huomioon japanin kielen kirjoitusjärjestelmän monimutkaisuuden suhteessa moniin eurooppalaisiin kieliin.

Terakoya-kouluilla oli siis Edo-kauden aikaisessa Japanissa suuri kulttuurihistoriallinen merkitys, mutta Meiji-kauden alussa Japanin hallituksen laatiman uuden koulutusjärjestelmäasetuksen myötä *terakoya*-koulut kuitenkin asteittain lakkautettiin. Ennen vapaaehtoisuuteen perustunut opetukseen osallistuminen korvattiin julkisten koulujen järjestelmällä, joissa

[3] Euroopassa lukutaitoisen väestön suhteellinen osuus kasvoi merkittävästi valistuksen aikaan 1700–1800-lukujen vaihteessa, mutta osaamisessa oli kuitenkin huomattavia alueellisia, sosiaalihierarkkisia ja sukupuolten välisiä eroja. Vertailun vuoksi mainittakoon esimerkiksi, että 1700-luvun puolivälissä lukutaitoisten miesten osuus oli Englannissa 60 prosenttia ja naisten 35–40 prosenttia. 1790-luvun Ranskassa suuren vallankumouksen aikoihin vastaavat osuudet miesten ja naisten välillä olivat 48 prosenttia ja 27 prosenttia. On kuitenkin huomattava, että perinteisesti lukutaidon mittarina on pidetty yksinkertaisesti henkilön kykyä kirjoittaa oma nimi, joten nämä lukuarvot eivät suoranaisesti kerro vielä lukemisen sujuvuudesta saati luetunymmärtämisen taidoista. (Melton, 2001.)

käyminen tehtiin pakolliseksi oppivelvollisuuslain nojalla. Päämääränä oli, että koko kansa saataisiin asianmukaisen ja sisällöltään yhtenäisen peruskoulutuksen piiriin, joka takaisi kaikille riittävät perusvalmiudet jokapäiväisessä elämässä toimimiseksi. (Dore, 1965; Fält et al., 1994; Hayek & Horiuchi, 2014; Tokyo Metropolitan Library, 2011.)

5.3 *Han*-koulut

Edo-kauden aikaan Japanissa toimi terakoya-koulujen lisäksi myös *han*-kouluja (藩校 *hankō*), joita perustettiin pääkaupunkialueen ulkopuolelle paikallisten *han*-läänitysten alueille. *han*-koulujen tavoitteena oli huolehtia siitä, että lääninherroina toimineiden daimioiden lapset ja muu samurai-luokan eliitti saavuttaisivat riittävän sivistyksellisen tason toimiakseen maan johtotehtävissä (kuva 5.4). *Terakoya*- ja *han*-koulujen merkittävimpänä erona oli, että *han*-koulut olivat paikallishallintojen ylläpitämiä valtio-omisteisia oppilaitoksia, kun taas *terakoya*-kouluja johtivat olivat paikallisten buddalaistemppeleiden alaisuudessa toimineita instituutioita.

KUVA 5.4: Samurai-perheiden jäseniä opiskelemassa *han*-koulussa (mallinukke-havainnollistus).

Lähde:
http://www.tif.ne.jp/jp/photo/photo/0220-025.jpg

Alunperin *han*-koulut olivat tiukasti rajattu vain ylempiluokkaiselle väestönosalle, mutta myöhemmin myös alempien yhteiskuntaluokkien jäsenten sallittiin ottaa osaa koulujen toimintaan. Osa kouluista piti kuitenkin ovensa tiukasti kiinni maallikoilta aina elinkaarensa loppuun saakka ja silloinkin, kun heidän annettiin osallistua koulujen opetukseen, heidät sijoitettiin yleensä eri tiloihin kuin korkea-arvoinen eliitti, jotta sekoittumista näiden kahden väestönosan välillä ei olisi koulujen sisällä vahingossakaan päässyt tapahtumaan.

Toiminnan laajentumisen myötä samalla myös koulujen opetukseen, joka oli alunperin keskittynyt pääasiassa yläluokkaisten samuraiden sivistyksen kannalta keskeisiin kungfutselaisiin oppeihin, alettiin sisällyttää lääketieteen ja maan kansalliskielen (国学 *kokugaku*) opetuksen ohella yhä enenevässä määrin myös länsimaalaistaustaisia oppeja (蘭学 *rangaku*), kuten matematiikkaa, tähtitiedettä, laivanrakennustekniikkaa sekä sotatieteitä. Eräiden arvioiden mukaan Tokugawa-shogunaatin hallintokauden loppuun mennessä maan läänityksistä neljännes tarjosi ainakin jonkinasteista koulutusta näiden lännestä peräisin olleiden oppien tiimoilta.

1860-luvulle tultaessa *han*-koulujen lukumäärä oli kasvanut maassa jo 255:een. Koulutuksen saatavuudessa sekä opetuksen tasossa oli kuitenkin merkittäviä alueellisia eroja. Osalla alueista resurssit riittivät vain alkeistason opetuksen järjestämiseen jos siihenkään, kun taas toisilla alueilla koulujen opetuksessa saatettiin edetä jo syventäviimpinkin teemohiin. Koulutukseen hakeutuminen oli myös pitkälti oman aktiivisuuden varassa, koska maassa ei niihin aikoihin ollut vielä yleistä oppivelvollisuuslakia, joka olisi velvoittanut väestöä hakeutumaan edes perustason koulutuksen piiriin. Esimerkiksi maatalousperheissä kouluttautumisella ei useinkaan nähty olevan konkreettista hyötyä, koska lasten ajateltiin oppivan välttämättömät elämäntaidot paikallisella tilalla työskennellessään.

Vuonna 1868 voimaan astuneen Meiji-restauraation myötä (luku 4.12) *han*-koulut alkoivat vähitellen saapua tiensä päätökseen ja kolmisen vuotta myöhemmin viimeinenkin *han*-koulu *terakoya*-koulujen tavoin lopulta lakkautettiin maassa voimaan astuneiden koulutusjärjestelmäuudistusten seurauksena. Kansallisen oppivelvollisuuslain säätämisen myötä koko väestö saatettiin viimein yhtenäisen peruskoulutuksen piiriin, mikä tiesi koulutuksen alueellisen hajanaisuuden ja opetuksen sisällöllisen vakiintumattomuuden luonnehtiman aikakauden päättymistä. (Dore, 1965; Fält et al., 1994; Hayek & Horiuchi, 2014; Rubinger, 1995, s. 226.)

5.4 Yliopistojen ja koulutuksen rooli

Keskiaikaisessa Japanissa koulutuksesta huolehtiminen oli ensisijaisesti buddhalaisen papiston vastuulla. Oppilaitoksina toimivat paikalliset buddhalaiset temppelit, joissa maan sotilasluokka hankki pääosan peruskoulutuksestaan. Osa samuraista perusti myös omia koulujaan oppineiden buddhalaisten munkkien johdolla. Samurait eivät kuitenkaan olleet erityisen kiinnostuneita maan akateemisen järjestelmän kehittämisestä tai akateeminen ura sen itsensä takia, vaan heitä motivoivat ensisijaisesti sotilashallinnon johtotehtävissä tarpeellisten taitojen omaksuminen sekä oman auktoriteettiasemansa kasvattaminen tavallisen, kouluttamattoman väestönosan silmissä.

Kulttuuri-ilmapiirin muutokset ilmenivät myös koulutusinstituutioiden kehityksessä. 900-luvun puolivälistä lähtien hovin yläluokan yliopistoille antama tuki oli alkanut asteittain heiketä ja yhteiskunnan korkeimpia virkoja alettiin yhä vahvemmin jakaa syntyperän eikä akateemisten ansioiden perusteella, mikä heikensi yliopiston asemaa ja arvostusta. Yliopiston merkityksen väheneminen ei kuitenkaan yksioikoisesti tarkoittanut koko korkeakoulutuksen rappeutumista, sillä yliopistojen rinnalle alkoi hiljalleen muotoutua uudenlaisia opinahjoja, jotka ottivat itselleen osan aiemmin yliopistoille kuuluneista tehtävistä. Näihin vaihtoehtoisiin opetusta tarjoaviin instituutioihin lukeutuivat alunperin yksityisinä akatemioina toimineet yliopiston liitännäiskoulut sekä saman talouden hallussa perinnöllisesti sukupolvelta toiselle säilyneet yksityiset akatemiat. Näitä kumpaakin laitostyyppiä yhdisti yksityisyyden lisäksi se, että ne olivat alunperin toimineet jonkin yliopiston alaisuudessa ja irtautumisensa myötä alkaneet kehittyä itsenäisesti yliopistosta erillisinä instansseina. (Fält et al., 1994.)

5.5 *Iemoto*-järjestelmä

Edo-kauden aikaan Japanissa syntyi myös monia kauppiaskiltoihin rinnastettavia salaisia ryhmittymiä, joissa opetettiin suljetuin ovin määrättyjä taitoja pienelle rajatulle väestönosalle. Näihin salaisesti harjoitettuihin taitoihin lukeutui klassisten japanilaisten taiteenmuotojen, kuten teeseremonian, kukkienasettelun, kalligrafian sekä perinteisten kansallistanssien ja kansallismusiikin lisäksi mainittavasti myös japanilainen *wasan*-matematiikka (luku 6.2). Esoteerisen tietokäsityksen ja kungfutselaisen hierarkiarakenteen ympärille rakennettujen yksityiskoulujen omaksumaa organisatorista järjestelmää, jonka johdossa toimi alalle vihkiytyneiden keskuudessa suuressa arvossa pidetty auktoriteetti, kutsuttiin nimellä *iemoto* (家元, ”perheperustainen”).

Nimensä mukaisesti *iemoto*-järjestelmän perustana olivat tietyn taidon jalostamiseen omistautuneet kotitaloudet ja suvut, jotka riittävän arvoaseman saavutettuaan alkoivat myöhemmin ottaa oppilaikseen jäseniä myös oman piirinsä ulkopuolelta. Opiskeleminen *iemoto*-järjestelmän ympärille rakennetuissa kouluissa oli erittäin kallista ja opintiellä eteneminen nojautui vahvasti koulun sisäisen meritokraattisen järjestelmän varaan. Paikalliset opettajat tienasivat elantonsa tuutoroimalla opiskelijoita ja *iemoton* suuri mestari puolestaan sai merkittäviä summia opiskelijoilta määrättyjen akateemisten virstanpylväiden saavuttamisesta myönnettyjä sertifikaatteja vastaan.

Vakiintuneen *iemoto*-järjestelmän takia Edo-kauden aikaisessa Japanissa pääsy korkeamman tason matemaattiseen tietoon oli pitkään rajattu vain pienelle hyväosaiselle väestönosalle, jolla oli riittävästi maksukykyä osallistua yksityiskoulujen opetukseen. Japanilaisen *wasan*-matematiikan keskeisimpänä hahmona pidetyllä Seki Takakazulla (luku 6.8) oli niin ikään oma yksityiskoulunsa, jossa opiskeltiin mm. Sekin kehittämiä matemaattisen algebran muotoja, kuten useamman muuttujan algebrallisia yhtälöitä sekä eliminaatioteoriaa.

Kauppias- ja käsityöluokan koulutustason ja sosiaaliekonomisen aseman vahvistuessa *iemoto*-järjestelmään perustuneiden yksityiskoulujen autoritäärinen asema korkeamman matematiikan harjoittajana alkoi kuitenkin vähitellen horjua, kun matemaattinen tietous alkoi levittäytyä suljettujen ovien takaa kaikille yhteiskunnan osa-alueille. Erityisesti Sekin elämäntyön leviämiseen myötävaikutti vahvasti 1700-luvulla elänyt japanilainen matemaatikko Arima Yoriyuki (有馬頼徸), joka toi monet Sekin johtamassa yksityiskoulussa harjoitetuista matemaattisista opeista suuren yleisön tietoisuuteen. Yoriyuki itse onnistui uransa aikana mm. löytämään luvulle π likiarvon, joka on oikein 29 desimaalin tarkkuudella. (Dore, 1965; Hardy & Wright, 1979; Hosking, 2016, s. 30–31; Ogawa, 2001; Smith & Mikami, 1914.)

5.5.1 Perimysjärjestelmä

Oppilaitoksen omistajuuden lisäksi myös oppiaineiden professuurit saattoivat periytyä saman talouden sisällä jälkipolvelle, mikäli suvulle oli uskottu perinnöllinen vastuu jonkin oppiaineen opettamiseen. Näin esimerkiksi matematiikan opetuksesta vastuussa olleen perheen isän oli oleellista tutustuttaa myös poikansa lukujen ja laskutoimitusten saloihin, jotta suku ei menettäisi perinnöllistä oikeuttaan ja asemaansa kyseisen oppiaineen vankkumattomana asiantuntijana.

Tämä suvun sisäinen opetusoikeuden perimysjärjestelmä oli aina 1800-luvulle asti monilla tieteenaloilla ainoa toimiva korkeaopetuksen muoto. Järjestelmän hyvänä puolena oli se, että edes sen ajan tieteen minimitaso kyettiin keskeyttämättömästi säilyttämään ulkoisista olosuhteista ja vaikutteista huolimatta. Toisaalta oppiaineiden erillisyys ei tarjonnut mahdollisuutta yhdistää ja laajentaa tietoutta poikkitieteellisesti oman oppiaineen vastuualueen ulkopuolelle. (Fält et al., 1994, s. 43–44.)

5.6 Yksityiset akatemiat

Terakoya- ja *han*-koulujen lisäksi Japanissa toimi myös yksityisiä akatemioita (私塾 *shijuku*), jotka tarjosivat räätälöityä koulutusta mm. yksittäisiin ammatteihin valmentamiseksi. Näistä tyypillisin oppisuunta oli lääkärin ammatti, joka oli silloisessa Japanissa ainoa varsinainen tutkinnollinen professio sanan nykyisessä merkityksessä. Lääketieteen lisäksi akatemioissa oli kuitenkin tarjolla paljon muunkinlaista koulutusta, kungfutselaisuuden, kalligrafian, kuvataiteen sekä äidinkielen ja kirjallisuuden ohella aina tähtitieteen, navigoinnin, arkkitehtuurin, mekaniikan sekä länsimaisten kielten opetukseen asti. Akatemiat olivat yleensä yksittäisen oppineen ylläpitämiä koulutusinstituutioita, joiden opetus järjestettiin pääsääntöisesti mestarin omassa kodissa. Valtio ei osallistunut yksityisten akatemioiden toimintaan, vaan niiden opetus rahoitettiin täysin opiskelijoilta kerätyillä lukukausi- ja tutkintomaksuilla.

Yksityisisissä akatemioissa opiskelijoiden välinen kilpailu oli toisinaan hyvinkin voimakasta, koska koulut luokittelivat opiskelijoitaan pitkälti kykyjensä ja ansioidensa mukaan. Toisaalta koulun sisäisessä hierarkiassa eteneminen edellytti opiskelijoilta syvällistä aineenhallintaa ja kiitettävää opintomenestystä. Opiskelijoiden tavoitteet ja motiivit koulutusta kohtaan saattoivat myös perustua varsin vaihteleville arvoille. Vaikkakin suurin osa akatemioiden opiskelijoista hankki itselleen koulutuksen voidakseen myöhemmin toimia opiskelemallaan sosiaalisesti arvostetulla alalla, osa akatemioiden piiriin hakeutuneista opiskelijoista halusi hankkia itselleen koulutuksen puhtaasti siitä syystä, että riittävän tietotaidon hankittuaan he voisivat myöhemmin perustaa toisen samaa alaa harjoittavan akatemian omissa nimissään ja tienata elantonsa sitä kautta. (Dore, 1965; Hayek & Horiuchi, 2014, s. 226–229; Ogawa, 2001; Rubinger, 1995.)

Iemoto-järjestelmän mukaiset yksityiskoulut ja yksityiset akatemiat muistuttivat toimintaperiaatteidensa osalta toisiaan monessa suhteessa. Olennaisimpina eroina näiden välillä lienee ollut se, että iemoto-järjestelmän mukaisissa yksityiskouluissa opetus keskittyi ensisijaisesti perinteisten japanilaisten taiteenlajien harjoittamiseen, kun taas tässä esitellyissä yksityisissä akatemioissa opetusta tarjottiin myös monilla vierasperäisillä, pääasiassa Kiinasta ja länsimaista kotoisin olleilla Japanissa ei-niin-kehittyneillä tieteenaloilla. Koulutustarjonnan osittaisen päällekkäisyyden ja instituutiorakenteen samankaltaisuuksien takia rajanvetoa on kuitenkin toisinaan haasteellista tehdä, minkä takia ehdotonta dikotomisointia näiden kahden koulutusorganisaation välillä on kirjoittajan näkemyksen mukaan suositeltavinta välttää.

Luku 6

Matematiikka Japanissa

Japanissa matematiikkaa on tutkittu 500-luvulta keisari Kinmein valtakaudesta lähtien. Näihin aikoihin maahan saapui Korean kautta Japaniin matkanneiden kiinalaisten oppineiden mukana erilaisia kulttuurivaikutteita, kuten mm. kiinalainen kalenterijärjestelmä. Numeroiden ja lukuarvojen varaan rakentuneen ajanlaskennan kehittyminen kirvoitti samalla myös laskutaitoon ja yleisemmin matematiikkaan liittyvää kiinnostusta japanilaisten keskuudessa. Kesti kuitenkin vielä noin parisensataa vuotta ennen kuin maahan perustettiin ensimmäiset matematiikan opetuksen ympärille rakentuneet koulutukselliset instituutiot. Näiden perustaminen kytkeytyi osaksi maan taloudellisen ja hallinnollisen kehityksen jatkumoa, joka ajoittuu Japanin historiassa Nara-kautena (v. 710–794) tunnetulle ajanjaksolle.

6.1 Matematiikkaa virkamiesten tarpeisiin

Ensimmäinen yliopistojärjestelmä Japanissa perustettiin vuonna 701 maata johtaneen keisari Monmun (文武天皇 *Monmu-tennō*) johdolla. Yliopiston tarjoama koulutus käsitti muiden aineiden ohella myös matematiikan opetusta, jonka opillinen sisältö perustui yhdeksään Japaniin levinneeseen kiinankieliseen matemaattiseen teokseen. (Smith & Mikami, 1914, s. 9.) Vuoden 710 alussa tapahtuneen vallanvaihdoksen myötä, kun Narasta tuli maan virallinen pääkaupunki[1], muuttoliike kaupungin ympäristössä alkoi rajusti kasvaa ja pian kaupunki olikin saavuttanut jo 200 000 ihmisen rajan, mikä tarkoitti n. 4 % koko väestöstä. Nara-kauden aikana maan taloutta ja hallintoa alettiin järjestelmällisesti kehittää, ja kulttuurivaikutusten kukoistaessa Narasta tulikin pian maan kulttuurin ja sivistyksen kehto. Näihin aikoihin japanilaiset väestönkeskittymät olivat pääsääntöisesti olleet maanviljelyn ympärille rakentuneita pieniä kyliä, mutta Naran myötä maa sai viimein ensimmäisen todellisen kaupunkinsa.

Urbanisoitumisen ohella Nara-kausi oli yleisemmälläkin tasolla kulttuurisen, poliittisen ja taloudellisen kehityksen aikaa. Tieverkosto Naran ympäristössä laajentui, liikenne vilkastui ja maassa aloitettiin ensimmäistä kertaa kolikoiden lyöminen – niiden käyttö maksuvälineenä tosin jäi vielä hyvin vähäiseksi. Nara-kaudella matematiikan laitosten määrä alkoi kasvaa ja kiinalainen matematiikka alkoi kerätä puoleensa yhä suurempaa kiinnostusta. Taustalla vaikuttivat mitä ilmeisemmin yhteiskuntajärjestelmän ylläpidosta ja hallinnoinnista kumpuavat syyt kuten verotus, arkkitehtoninen suunnittelu, tähtitiede sekä kalenterijärjestelmän ylläpito, joista huolehtimaan valtio tarvitsi palvelukseensa matematiikassa kunnostautuneita ja asiansa osaavia virkamiehiä. Nara-kauden aikaan valtion viroissa työskenteli n. 10 000 ihmistä, joten hallinnollisiin tehtäviin valmentavalle matemaattiselle koulutukselle oli maassa huutava tarve.

[1]Japanissa pääkaupunkia oli tapana vaihtaa keisarin kuoleman yhteydessä, koska muinaisten shintolaisten uskomusten mukaan keisarin kuolema johtaisi asuinalueen saastumiseen (Barreveld, 2001, s. 193).

Nara-kauden aikana hallinnollisen kehityksen myötä myös paikallishallinnoista oli tullut asteittain yhä omavaraisempia. Kauden loppupuolella keisarihovin taloudellinen tilanne alkoi kuitenkin heikentyä, minkä seurauksena hovi päätti irtisanoa hallintojärjestelmän ylläpidon kannalta vähemmän tärkeitä virkamiehiään. Prinssin Shōtokun maassa aloittamat maareformit, joiden tarkoituksena oli ottaa yksityisomistuksessa olleet maa-alueet keisarin hallinnon alaisuuteen, eivät myöskään olleet edenneet toivotulla tavalla erityisesti pääkaupungista etäämmillä läänitysalueilla, jonne keisarin valta ei samassa määrin ulottunut. Hovin sisäisten valtataistelujen ja talouden epävakauden myötä hallinto alkoi asteittain hajota, minkä myötä vuonna 784 Nara menetti pääkaupungin asemansa Nagaokalle. Nagaoka toimi maan pääkaupunkina kuitenkin vain vuoteen 794 asti, jolloin pääkaupunkin statuksen sai vuorostaan Heian-kyō (nyk. Kioto). Kioto säilyttikin asemansa maan pääkaupunkina Japanin historian mittapuulla poikkeuksellisen pitkään, aina vuoden 1868 Meiji-restauraatioon saakka.

Vaikka Nara ei saanutkaan nauttia pääkaupungin asemastaan kuin vajaan sadan vuoden ajan, Nara-kauden aikana monet maahan saapuneet kiinalaisperäiset kulttuurivaikutteet kuten buddhalaisuus olivat saaneet maassa yhä tukevampaa jalansijaa ja esimerkiksi hallinnollisella tasolla oli siirrytty Kiinan näyttämän mallin mukaisesti hyvin organisoituneeseen hallintojärjestelmään, mikä omalta osaltaan vakiinnutti myös matematiikan opetuksen asemaa osana hallinnon virkamiesten peruskoulutusta. Tavallisten kansalaisten keskuudessa matematiikan alkeistason opetus alkoi kuitenkin yleistyä vasta Edo-kauden aikana buddhalaisten munkkien perustamien *terakoya*-koulujen myötä. Myös korkeamman tason matematiikan kehitys oli hiljaista aina Edo-kauden alkuun asti, kunnes Japaniin laskeutui maata yli vuosisadan riepotelleiden sisäisten konfliktien päätyttyä viimein rauha, minkä ansiosta samuraille oli mahdollisuus alkaa keskittyä myös oman henkisen pääomansa kehittämiseen. Tämä rauhan aika loi edellytykset kansallisen *wasan*-matematiikan synnylle. (Fält, 1992; Fält et al., 1994; Sansom, 1958; The Taika Reforms, 2018.)

6.2 *Wasan*-matematiikan synty

Wasan-matematiikalla (和算 *wasan*) tarkoitetaan japanilaista matematiikan suuntausta, jota alettiin kehittää maassa Edo-kauden aikaan Kiinasta levinneiden matemaattisten oppien pohjalta. *Wasan*-matematiikan syntyyn vaikutti pitkälti Tokugawa-shogunaatin valtakauden aikainen eristäytymispolitiikka, joka esti tehokkaasti ulkoperäisten kulttuurivaikutteiden levittäytymistä maahan. Edeltäneistä vuosisadoista poiketen eristäytymiskauden aikana maan yhteiskunnallinen tila säilyi vakaana, mikä loi taiteille ja erilaisille kulttuurin muodoille otollisen pohjan kehittyä ja kasvaa. (Heeffer, 2008; Hosking, 2016; Ogawa, 2001; Smith & Mikami, 1914.)

6.2.1 Edo-kauden aikainen matemaattinen tietämys

Toisin kuin Euroopassa harjoitettu matemaattinen tutkimus, japanilainen *wasan*-matematiikka ei niinkään pyrkinyt vastaamaan luonnontieteistä nousseisiin tarpeisiin, vaan sitä kehitettiin ensisijaisesti esteettisyyden tavoittelun ja sivistyksellisten tarkoitusperien takia. *Wasan*-matematiikan tutkimuksen keskiössä olivat pääasiassa geometriaan liittyvät ongelmat, mutta niiden lisäksi Edo-kauden aikaiset matemaatikot pohtivat mm. lukuteoriaan liittyviä kysymyksiä. Hoskingin (2016) (s. 176–179) mukaan Edo-kauden aikaisilla *wasan*-matemaatikoilla on ollut tietämystä ainakin seuraavista matematiikan aihealueista:

1. Neliö- ja kuutiojuuret
2. Pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen
3. Pythagoraan lause
4. Trigonometriset funktiot
5. Kosinilause
6. Ympyrän kehän ja halkaisijan suhde (luku π)
7. Toisen asteen yhtälöt

Neliö- ja kuutiojuurten laskemista japanilaisen helmitaulun avulla käsiteltiin mm. Yoshida Mitsuyoshin kirjoittamassa *Jinkōkissa* (luku 6.7), joka on ensimmäinen tähän päivään asti säilynyt japanilainen oppikirja ja joka saavutti japanilaisten keskuudessa aikanaan valtaisan suosion. *Jinkōki* piti sisällään myös erilaisten geometristen kuvioiden tunnettuja pinta-alojen laskukaavoja, avaruuskappaleiden tilavuuksien laskukaavoja sekä niihin liittyneitä vakioita.

Pythagoraan lauseeseen ja trigonometrisiin funktioihin japanilaiset olivat tutustuneet kiinalaisen perinteen kautta. *Wasan*-matemaatikoiden aikana suorakulmaiseen kolmioon liittyvä lainalaisuus, jonka mukaan kateettien neliöiden summa on yhtä suuri kuin hypotenuusan neliö, tunnettiin nimellä (勾股弦 *kōkogen*), mutta sen sisältö oli olennaisesti sama kuin Pythagoraan lauseen. Muinaiset kiinalaiset trigonometriset taulukot (八線 *hassen*, ”kahdeksan käyrää”) puolestaan käsittivät nimensä mukaisesti taulukoita arvoja ja laskukaavoja kahdeksasta trigonometrisesta funktiosta, joita olivat sini, kosini, tangentti, kotangentti, sekantti, kosekantti, versaalisini ja koversaalisini. Versaalisiniä, joka on historiallisesti ollut yksi tärkeimmistä trigonometrisista funktioista (Boyer & Merzbach, 2011), käsittelemme lyhyesti ympyräperiaatteen yhteydessä luvussa 6.10.

Kosinilauseesta *wasan*-matemaatikoilla oli oma vastineensa, joka kuitenkin pohjimmiltaan toimi täysin samoin kuin kosinilause. Soveltamalla kosinilauseen kolmioon, jonka sisällä on pienempiä kolmioita ja joilla on kaikilla yhteinen kulma θ, he kykenivät ilmaisemaan kosinilauseessa esiintyvän termin $\cos\theta$ kolmioiden sivujen avulla useammalla eri tavalla, jolloin lopputuloksena oli laskukaava, jossa oli mukana ainoastaan kolmioiden sivujen pituuksia, ts. kulman θ suuruutta ei ollut lainkaan tarpeen määrittää. Menetelmän tarkempia yksityiskohtia käsitellään mm. kirjoittajien Heeffer (s. 147) ja Hosking (s. 177–179) töissä.

Luku π keräsi aikoinaan suurta kiinnostusta *wasan*-matemaatikoiden keskuudessa, minkä takia luvun likiarvojen määrittämiseksi nähtiin paljon aikaa ja vaivaa Edo-kauden aikaisessa japanilaisessa matematiikan tutkimuksessa. Edo-kauteen asti luvulle π oli pitkään käytetty approksimaatiota 3,16, mutta koska kyseisen arvon huomattiin johtavan virheellisiin tuloksiin, matemaatikot alkoivat pohtia keinoja tarkempien likiarvojen määrittämiseksi. Toisen asteen yhtälöitä japanilaiset ratkaisivat alunperin laskentapuikkojen avulla, mutta myöhemmin helmitaulun yleistymisen myötä kehitettiin menetelmiä juurten laskemiseksi myös helmitaulun avulla. Yhtälönratkaisuun ja symboliseen laskentaan liittyvien sovellusten kannalta laskentapuikot olivat kuitenkin oppineiden keskuudessa helmitaulua suositumpi matemaattinen apuväline. (Hosking, 2016; Smith & Mikami, 1914.)

6.3 *Sangi*-puikot

Sangi-puikot (算木 *sangi*) ovat Kiinasta peräisin olevia laskentapuikkoja, joita on käytetty Kiinan ja Japanin ohella eri puolilla Aasiaa. Puikkolaskentamenetelmä on ensimmäisimpiä Kiinassa kehitettyjä laskennallisia menetelmiä ja muinaisten kiinalaisten keskuudessa puikkoja onkin käytetty laskennan apuvälineinä jo yli kahdentuhannen vuoden ajan. Ajankohdasta, jolloin laskentapuikot levittäytyivät Japaniin ei ole varmaa tietoa, mutta bambusta valmistettuja puikkoja on tiettävästi ollut käytössä ainakin keisarinna Suikon (推古天皇 *Suiko-tennō*) hallintokaudesta (v. 593–628) lähtien, Koreassa arvatenkin jo ennen tätä. (Smith & Mikami, 1914.)

6.3.1 Laskentapuikkojen muoto ja valmistusmateriaalit

Ensimmäiset kiinalaisten käyttämät laskentapuikot olivat sylinterinmuotoisia, bambusta valmistettuja halkaisijaltaan n. 2 mm paksuisia ja pituudeltaan n. 12 cm mittaisia tikkuja. Alkuperäiset laskentapuikot olivat kuitenkin hankalia käsitellä, koska pyöreän muotonsa takia ne olivat herkkiä kierimään. Tästä syystä puikot korvattiin myöhemmin kulmikkailla puikoilla, mutta ajankohdasta tai paikasta jossa tämä siirtymä aikoinaan tapahtui, ei ole varmuutta. Ajan myötä bambun rinnalla myös kova puu alkoi yleistyä sangi-puikkojen valmistusmateriaalina. Koreaan ja Japaniin levittäydyttyään laskentapuikot otettiin pian käyttöön paikallisen väestön keskuudessa. Smithin ja Mikamin (1914) mukaan korealaisten käyttämät laskentapuikot olivat kolmiopohjaisia suoria särmiöitä ja japanilaisten valmistamat puolestaan suorakulmaisen särmiön muotoisia (kuva 6.1). Eräiden lähteiden mukaan osa Kiinan Sui-dynastian aikaisista matemaatikoista käytti kolmiopohjaisia puikkoja esittämään positiivisia lukuja ja suorakulmaisia puikkoja vastavaasti kuvaamaan negatiivisia lukuja – puikkojen muotokin saattoi siis soveltajasta riippuen palvella jotakin matemaattista funktiota.

KUVA 6.1: Japanilaisvalmisteisia suorakulmaisen särmiön muotoisia *sangi*-puikkoja. Näyte 1800-luvulta. (Smith & Mikami, 1914, s. 23.)

6.3.2 Lukujen esittäminen laskentapuikoilla

Taulukkoon 6.1 on koottu lukujen 0–9 esitykset *sangi*-puikkoihin perustuvassa numeraalien esitystavassa. Lukuja 1–5 kuvataan yksinkertaisesti käyttämällä lukuarvoa vastaavaa määrää laskentapuikkoja. Luvuissa 6–9 yksi puikko, arvoltaan viisi, asetetaan kohtisuoraan toisia puikkoja vasten, jotka ovat kaikki ykkösen arvoisia. Siten esimerkiksi luku 7 kuvataan yhdellä vaakasuuntaisella ja kahdella pystysuuntaisella puikolla. Luvulle nolla ei ollut omaa esitystapaansa, vaan se jätettiin joko huomiotta tai sitä kuvaamaan jätettiin muiden tikkujen väliin sopivasti tyhjää tilaa.

Kuten taulukosta käy ilmi, jokaisella numerolla on puikkolaskennassa sekä vaaka- että pystysuuntainen esitystapa. Koska vieretysten asetut puikot johtivat helposti sekaannuksen vaaraan useampinumeroisten lukujen kohdalla, ongelma ratkaistiin niin, että kumpaakin esitystapaa käytettiin vaihdellen aina parillisten ja parittomien kymmenjärjestelmän yksiköiden kohdalla. Lukuja muodostaessa lähdettiin yleensä liikkeelle pystysuuntaisesta esityksestä niin, että ykkösiä, satoja ja kymmeniätuhansia kuvattiin pystysuuntaisilla puikoilla ja

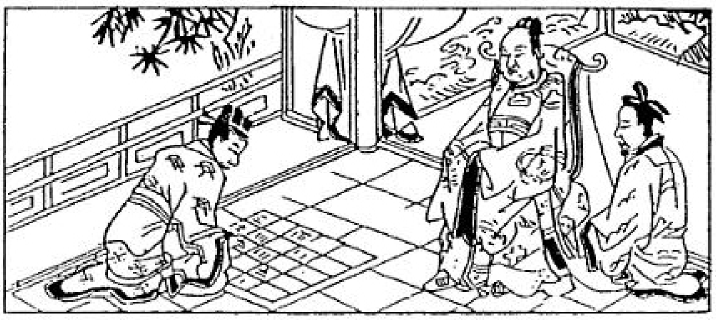
TAULUKKO 6.1: Numerot 0–9 *sangi*-puikkojen avulla esitettyinä.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
pysty		𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
vaaka		𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

vastaavasti kymmeniä, tuhansia ja satojatuhansia vaakasuuntaisilla puikoilla. Järjestyksestä kiinni pitäminen oli erityisen oleellista ihan jo siksikin, koska lukua nolla ei laskentapuikkojen käyttöönoton alkuvaiheessa vielä tunnettu. Näin ollen puikkojen asennon perusteella ei tullut epäselvyyttä esimerkiksi siitä, että 𝍩 𝍧 tarkoittaa lukua 18 ja 𝍠 𝍧 vastaavasti lukua 108, vaikka puikkojen väli olisi ollut aavistuksen epämääräisempi. Luvut, joissa on mukana useampia nollia, olivat oletettavasti esitysteknisesti kaikkein haastavimpia – tätä asiaa ei kirjoittajan käyttämissä lähteissä kuitenkaan eritelty sen tarkemmin.

Puikkolaskennassa positiivisia lukuja kuvattiin yleensä punaisilla puikoilla ja negatiivisia lukuja mustilla puikoilla. Käytettäessä puikkonumeraaleja kirjoitetussa tekstissä negatiivisia lukuja kuvattiin kuitenkin yleensä käytännöllisistä syistä luvun poikki piirretyllä \-merkin suuntaisella poikkiviivalla. Kirjoitetussa tekstissä lukua nolla oli puolestaan tapana merkitä ympyräsymbolilla ◯ (*maru*). Merkkiä käytetään vielä tänäkin päivänä Japanissa niissä yhteyksissä, joissa lukuja esitetään kiinalaisten *kanji*-merkkien avulla. Käytännössä arabialaiset numerot ovat kuitenkin syrjäyttäneet kiinalaiset numeraalit valtaväestön päivittäisessä käytössä. (Smith & Mikami, 1914.)

6.3.3 Laskenta-alustat

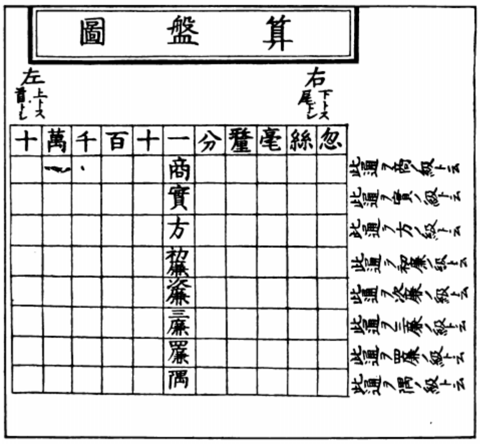


KUVA 6.2: Puikkolaskentaa japanilaisella ruudukoidulla laskenta-alustalla. Alustaa pidettiin yleensä joko lattialla tai maton päällä.

Lähde:
https://en.wikipedia.org/wiki/File:Counting_board.jpg

Kiinassa puikkolaskentaa harrastettiin yleensä joko lattialla tai maton päällä, mutta japanilaiset kehittivät puikkojen käytön tueksi myös omia laskenta-alustojaan (kuva 6.2). Nämä alustat olivat kankaasta valmistettuja ruudukoituja pohjia, jossa kullekin kymmenjärjestelmän yksikölle (esim. väliltä tuhannet-tuhannesosat) oli varattu oma ruutunsa lukujen esittämistä varten (kuva 6.3). Koska alustaan piirretyt ruudut toimivat samalla yksiköiden välisinä erottimina, numeroiden vaaka- ja pystysuuntaisiin esitystapoihin perustunutta vuorottelua ei ollut enää tarpeen käyttää, minkä takia ruudukkoa käytettäessä numeroiden kuvaamiseen alettiin pääsääntöisesti käyttää pystysuuntaista esitystapaa. Kuitenkin ruudukon ulkopuolisessa käytössä lukujen esittämistä jatkettiin totuttuun tapaan edellä kuvatulla pysty- ja vaakatasoisen esityksen vuorotteluun perustuneella menettelyllä.

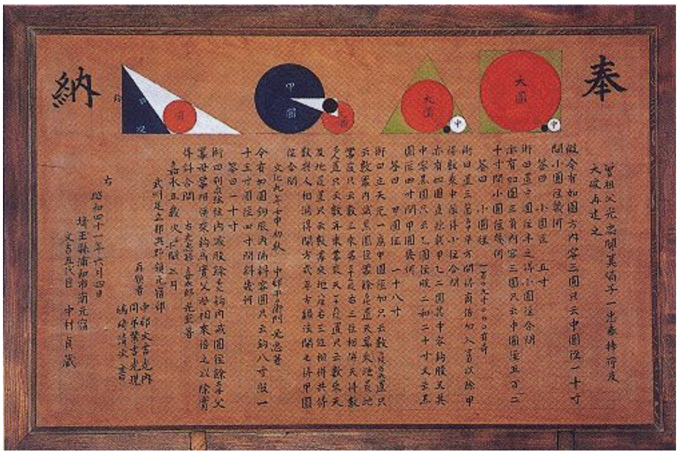
Yksinkertaisesta ulkoasustaan huolimatta laskentapuikot soveltuivat monenlaiseen käyttöön. Puikoilla oli nimittäin mahdollista laskea paitsi yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja niin kokonais- kuin murtoluvuillakin, myös lukujen neliö- ja kuutiojuuria. Näiden sovellusten ohella laskentapuikot osoittautuivat oivalliseksi työvälineeksi myös useamman muuttujan polynomiyhtälöiden ratkaisemisessa. Zhu Shijie (朱世杰), eräs Yuan-dynastian (v. 1271–1368) aikaisen Kiinan suurimmista matematiikoista onnistui elinaikanaan edistämään merkittävästi kiinalaista matemaattisen algebran teoriaa ja laajensi puikkolaskennalla suoritettavaa polynomiyhtälöiden ratkaisumenetelmää kattamaan jopa neljästä tuntemattomasta koostuneet polynomiyhtälöt. Puikkolaskenta toimi tärkeänä perustana myös Edo-kauden tunnetuimman *wasan*-matemaatikon, Seki Takakazun, kehittämässä *tenzan jutsu* -nimellä tunnetussa symbolisen algebran ratkaisumenetelmässä (luku 6.8.2). (Mikami, 1913; Smith & Mikami, 1914.)



KUVA 6.3: Japanilaisen puikkolaskenta-alustan yleinen rakenne. Alustassa on sarakkeet jokaiselle kymmenjärjestelmän yksikölle sadoistatuhansista sadastuhannesosiin (vasemmalta oikealle). Kuva on Satō Shigeharun teoksesta *Tengen shinan* vuodelta 1698. (Smith & Mikami, 1914.)

6.4 *Sangaku*-taulut

Sangakut (算額 *sangaku*, ”laskulaatta”) ovat japanilaisia puutauluihin kaiverrettuja geometrisia ongelmia, joita valmistettiin Japanissa erityisesti Edo-kauden aikaan (kuva 6.4). *Sangaku*-tauluja annettiin uhrilahjoiksi paikallisille buddhalaistemppeleille ja shintolaispyhäköille osana uskonnollisia palvelusmenoja, ja *sangaku*-taulujen laatijoita oli kaikista ikäluokista sekä kaikilta yhteiskunnan luokka-asteilta. Tyypillisiä *sangaku*-tauluissa esiintyneitä ongelmia olivat ympyröiden halkaisijoiden tai monikulmioiden sivujen pituuksien laskeminen sekä annettujen kuvioiden välisten suhteiden määrittäminen. Geometristen ongelmien lisäksi *sangaku*-tauluissa esiintyi kuitenkin toisinaan myös mm. lukuteoriaan liittyviä tehtäviä. Tehtävien vaikeusaste vaihteli taulusta toiseen ja yksittäinen taulu saattoi pitää sisällään useammankin kuin vain yhden ongelman. Suurimmat *sangaku*-taulut saattoivat olla kooltaan jopa yli metrin luokkaa niin korkeudeltaan kuin leveydeltäänkin. (Hosking, 2016.)



Kuva 6.4: Esimerkki geometrisia ongelmia sisällään pitävästä *sangaku*-taulusta. Kuvan taulu on peräisin Saitama-prefektuurin (埼玉県 *Saitama-ken*) Hikawa-pyhäköstä (氷川神社 *Hikawa-jinja*).

Lähde:
http://www.wasan.jp/saitama/uhikawa.html

6.4.1 *Ema*-taulut

Puisten laattojen käyttäminen uhrilahjoina oli ollut Japanissa vakiintunut käytäntö jo vuosisatojen ajan ennen kuin ensimmäisiä *sangaku*-tauluja alettiin valmistaa. *Sangaku*-taulujen esikuvana olivat nimittäin *ema* (絵馬) -nimellä tunnetut puiset, perinteisesti viisikulmion muotoiset uhrilaatat, minkä takia *sangaku*-tauluja on kirjallisuudessa tavallisesti luonnehdittu matemaattisiksi *ema*-tauluiksi. Sanassa *ema* ensimmäinen merkki 絵 *e* viittaa kuvaan ja toinen merkki 馬 *ma* hevoseen. Ennen vanhaan ihmiset lahjoittivat pyhäköille oikeita hevosia uhrilahjoina rukoillessaan jumalilta hyvää onnea ja terveellistä elämää; hevosten nimittäin ajateltiin olevan jumalten viestinviejiä ja esimerkiksi pitkäkestoisen kuivuuden ja nälänhätien aikana hevosia oli ollut tapana käyttää apuna avunpyyntöjen välittämisessä. Koska hevoset olivat kuitenkin niihin aikoihin erittäin kalliita (kuten nykyisinkin), elävien hevosten uhraamisesta päätettiin ajan myötä luopua ja niiden sijasta uhrilahjoina alettiin käyttää pieniä maalattuja puulaattoja. Laattojen kuvituksissa esiintyi tyypillisesti kiinalaisen horoskoopin eläimiä ja jumaliin liittyneiden assosiaatioiden myötä usein erityisesti juuri hevonen, minkä takia pyhäköille annettavia puisia uhrilahjoja alettiin yleisesti kutsua nimellä *ema* (kuva 6.5).

Kuva 6.5: Hevoset olivat *ema*-tauluissa tyypillinen kuvituksen aihe.

Lähde:
https://shinto-jinja.jp/wp/wp-content/uploads/2016/06/ema_01.jpg

Kun ihmiset lahjoittivat *ema*-tauluja pyhäköille ja esittivät jumalille hartaimmat toiveensa, ennen niiden rituaalin osaksi kuulunutta polttamista taulut ripustettiin näkyvälle paikalle pyhäkön piha-alueelle (境内 *keidai*). Koska taulut olivat avoimesti kaikkein luettavissa ja tarkasteltavissa, ne palvelivat myös sosiaalista tarkoitusta: taulut toimivat muille osoituksena siitä, että toive on esitetty ja annettu täytettäväksi. Kuten mainitsimme, taulut oli yleensä tapana hävittää polttamalla, koska taulujen polttamisen ajateltiin vertauskuvallisesti ”vapauttavan” taulun sisälle kätkeytyneen toiveen henki.

Muromachi- ja Edo-kauden aikaan *ema*-taulujen pohjalta kehittyi suurikokoisia pystyyn asetettuja *ōema* (大絵馬) -tauluja, joista kehkeytyi Japanissa eräänlainen oma kansantaiteen muotonsa. Sanassa *ōema* ensimmäinen merkki eli 大 *ō* tarkoittaa kirjaimellisesti suurta tai isoa, mutta siihen liittyi myös mielleyhtymiä huoliteltuun suunnitteluun sekä taiteelliseen ammattitaitoon. Perinteisten *ema*-taulujen tapaan niitä annettiin pyhäköille lahjaksi kiitollisuudenosoituksina tai toiveiden edistämistarkoituksissa. *Ōema*-taulujen kuvituksissa esiintyi historiallisia henkilöhahmoja, laivoja, sotia ja taisteluja sekä kohtauksia tunnetuista japanilaisista tarinoista (kuva 6.6). Koska *ōema*-taulut olivat ammattilaisten vaivalla maalaamia taiteellisia tuotoksia, niitä ei pienten *ema*-taulujen tavoin raaskittu polttaa, vaan niitä säilytettiin temppelialueella sisätiloissa jossakin sopivaksi katsotussa paikassa. Toisinaan temppelialueille rakennettiin tauluja varten myös erillisiä ”taidegallerioita” (絵馬堂 *emadō*), joissa ihmiset pääsivät ihastelemaan teoksiaan temppeleille luovuttaneiden taiteilijoiden taidonnäytteitä. (Horiuchi, 1998; Hosking, 2016; Reader, 1991a.)

KUVA 6.6: Laivoja esittäviä *ōema*-tauluja.

Lähde:
http://www.town.imabetsu.lg.jp/education/bunka/imgs/ema.jpg

6.4.2 Temppelit ja pyhäköt kansan kokoontumispaikkana

Edo-kauden aikaisessa Japanissa uskonnollisten kohteiden rooli alkoi laajeta niin, että palvelusmenojen harjoittamisen lisäksi niistä tuli yhä enemmän yleisiä kulttuuriaktiviteettien keskittymiä. Temppeleissä ja pyhäköissä oli perinteisesti järjestetty erilaisia uskonnollisia seremonioita, kuten syntymään ja häämenoihin liittyviä riittejä, mutta näiden lisäksi niissä pidettiin määrättyihin aikoihin vuodesta myös vähemmän uskonnollissävytteisiä tapahtumia kuten erilaisia juhlia ja toritapahtumia, joihin paikallisten odotettiin ottavan osaa. Esimerkiksi vielä tänäkin päivänä voimissaan oleva *hatsumōde* (初詣) -nimellä tunnettu uudenvuoden ensimmäisen pyhäkkövierailun perinne on osaksi japanilaista kulttuuria nivoutunut vuosittainen traditio, jota harjoitetaan pitkälti totutuista tavoista kiinnipitämiseksi eikä niinkään uskonnollisuuteen liittyvien velvoitteiden vuoksi. (Reader, 1991b, s. 12–15.)

Edo-kauden aikaisten japanilaisten harrastama kotimaan matkailu (joka heille sallittiin) kohdistui näin ollen ensisijaisesti paikallisiin temppeleihin ja pyhäköihin, jotka toimivat samalla myös paikallisen väestön kokoontumispaikkana. Temppeleissä matkailijat saattoivat pysähtyä ihastelemaan munkkien hoitamia japanilaisia puutarhoja, harjakattoisten rakennusten arkkitehtuuria sekä *ema*-tauluja esitteleviä paikallisia taidegallerioita. Galleriat olivat poikkeuksellisia, koska kenellä tahansa halukkaalla oli sosiaalihierarkkisesta asemastaan, sukupuolestaan ja iästään riippumatta vapaa pääsy mennä katselemaan taiteilijoiden alkuperäisiä luomuksia omin silmin – missä ja milloin vain. Ne toimivat siis taiteilijoille väylänä saada töitään esille ja hankkia niille kaivattua julkisuutta.

6.4.3 *Sangaku*-taulujen rooli

Edo-kauden aikaan matematiikan tutkimuksen kukoistaessa *ōema*-taulujen innoittamana japanilaiset saivat ajatuksen yhdistää keskenään puisten voliittitaulujen rakentamisen perinne ja *wasan*-matematiikalle tyypilliset geometriset ongelmat. Näiden synteesistä saivat alkunsa *sangaku*-taulut, joiden valmistamisesta tuli koko Edo-kauden ajan aina Meiji-kauden alkuun asti kestänyt kansallinen traditio. *Sangaku*-taulut olivat japanilaiselle matematiikalle ominainen piirre, sillä vastaavaa toimintaa ei ollut harjoitettu missään päin muualla Aasiaa. Aikana, jolloin tieteellisiä julkaisuja ja nykyaikaisia viestintävälineitä ei vielä ollut, matemaattisten löydösten pukeminen puisten taulujen muotoon ja niiden lahjoittaminen temppeleille oli matemaatikoille kätevä tapa saada omalle työlleen kaivattua julkisuutta sekä nostattaa siihen liittyvää keskustelua. *Sangaku*-taulujen pääasiallisena kohdeyleisönä olivat toiset matemaatikot, joille tauluissa esitettyjen ongelmien ratkaiseminen oli taiteilijan kollegoilleen esittämä haaste, mutta heidän lisäkseen myös matematiikassa vähemmän kunnostautuneet maallikot saivat *sangaku*-tauluista itselleen viihdykettä. Värikkäiksi maalatut taulut monimutkaisilta näyttävine geometrisine kuvioineen olivat nimittäin omiaan herättämään kiinnostusta sekä pohdintoja siitä, mitä abstraktia taidetta muistuttavat kummajaiset oikein mahtaisivat edustaa.

6.4.4 *Sangaku*-taulujen laatijat

Sangaku-taulujen tekijöitä, joita Edo-kauden aikana on tiettävästi ollut noin 8 000, oli peräisin kaikilta yhteiskunnan luokka-asteilta – mukana oli kouluttautuneiden (mies)matematiikkojen lisäksi niin naisia kuin lapsiakin. Suurin osa ammattimatemaatikoista oli alunperin maan sivistyneistöön kuuluneita samuraita, mutta 1600-luvulta lähtien parin seuraavan vuosisadan aikana samuraiden osuus japanilaisista matematiikan harjoittajista alkoi kuitenkin asteittain laskea, kunnes Edo-kauden lopussa kauppiais- ja maataloussukuihin kuulunut väestö muodosti jo kaksi kolmasosaa maan matemaatikoista. Kauppiaiden sosiaaliekonomisen aseman parantumisen syynä oli ollut maan sulkeutumisesta seurannut taloudellinen kasvu, jonka ansiosta kauppiaat vaurastuivat nopeasti ja heistä tuli rikkaampia kuin monista yläluokkaan kuuluneista samurai-luokan virkamiehistä. (Bartholomew, 1989, s. 19–20; Fält et al., 1994; Hosking, 2016.)

6.4.5 *Sangaku*-taulut tämän päivän Japanissa

Meiji-restauraation yhteydessä tapahtuneen länsimaisen matematiikan läpilyönnistä huolimatta *sangaku*-taulujen valmistus jatkui vielä 1900-luvun alkuun saakka, kunnes parin vuosikymmenen aikana perinteen suosio laski ja toisen maailmansodan puhkeamisen myötä taulujen valmistus lopetettiin käytännössä kokonaan. Tänä päivänä Japanissa on jäljellä enää noin 900 *sangaku*-taulua, eli tauluja on aikojen saatossa kadonnut tiettävästi useampia tuhansia. Taulujen suuren hävikin syinä ovat mm. luonnononnettomuudet, maassa käydyt sodat sekä taulujen iästä johtuva yleinen kuluminen. Shōwa-kauden lopulla *sangaku*-taulujen perinnettä on kuitenkin nostettu harrastajien keskuudessa jälleen henkiin, kun innokkaimmat aktiivit ovat alkaneet kehittää feodaaliaikaisen Japanin *wasan*-matematiikan hengessä uusia puulaatoille maalattuja geometrisia ongelmiaan muiden ihmisten hämmästeltäviksi. (Fukagawa & Rothman, 2008; Horiuchi, 1998; Hosking, 2016; Tamura, 2001.)

6.4.6 *Sangaku*-taulut länsimaisessa matematiikan tutkimuksessa

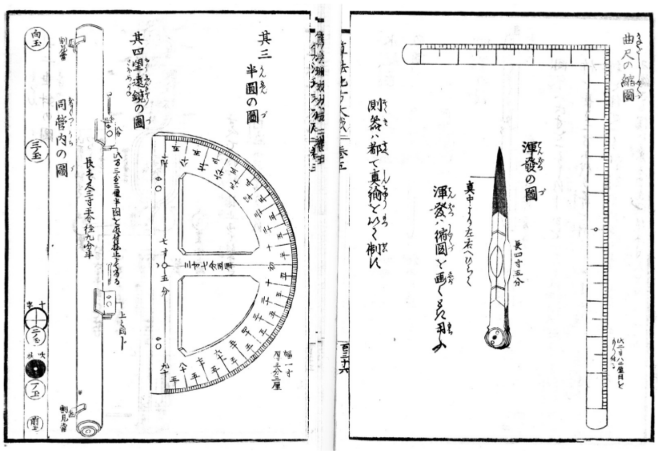
Sangaku-taulujen ensikosketus englanninkielisen kohdeyleisön kanssa tapahtui Hoskingin mukaan David Eugene Smithin ja Yoshio Mikamin vuonna 1914 julkaisemassa teoksessa *A History of Japanese Mathematics*. Kirja oli ensimmäinen englannin kielellä kirjoitettu japanilaisen matematiikan historiaa käsittelevä teos, jossa käsiteltiin japanilaisten matemaatikkojen tutkimuksia ja japanilaisen matematiikan kehitystä 500-luvulta aina 1850-luvulla tapahtuneeseen länsimaisen matematiikan totalitarisointiin asti. Koska *sangaku*-taulut perustuivat pohjimmiltaan uskonnollisia ja taiteellisia funktioita kantaneisiin *ōema*-tauluihin, myös *sangaku*-taulujen ajateltiin pitkään olleen lähinnä uskonnollissävytteisiä itseilmaisun välineitä. Tämä uskomus on kuitenkin nykytutkimuksen valossa vain puoliksi totta. Nykypäivänä vallitsevana käsityksenä on, että *sangaku*-tauluilla on saattanut olla myös uskonnollista ja taiteellista merkitystä, mutta ne yksinään eivät ole olleet *sangaku*-taulujen laatimisen keskiössä (mm. Fukagawa & Rothman, 2008; Heeffer, 2008; Horiuchi, 1998). Matematiikan tutkimuksessa esitetty käsitys *sangaku*-taulujen uskonnollisesta luonteesta oli elinvoimainen 1900-luvulta aina 1990-luvulle saakka. 1990- ja 2000-luvulla tehdyissä tutkimuksissa on kuitenkin yhä vahvemmin alkanut vahvistua se käsitys, että taulujen keskeisimpänä funktiona sen sijaan on ollut matemaattisten tulosten julkistaminen lähipiiriä laajemmalle kohdeyleisölle aikana, jolloin tieteellisiä julkaisuja ja nykyaikaisia viestintävälineitä ei ollut vielä olemassa. (Hosking, 2016, s. 1–6, 244.)

6.5 *Sangaku*-taulujen valmistus

Sangaku-tauluja valmistaessaan japanilaiset eivät yleensä lähteneet liikkeelle suoraan puulaatan käsittelystä, vaan he suunnittelivat työnsä ensin paperille. Koska paperi oli niihin aikoihin kallista, luonnostelutarkoituksissa matemaatikot käyttivät yleensä huonompilaatuista harmahtavaa kierrätyspaperia ja varasivat arvokkaamman ja korkeampilaatuisen valkoisen paperin kirjeitä ja painettavaksi tarkoitettujen julkaisujen laatimista varten. *Sangaku*-taulujen hioituimpiin luonnostelmiin käytettiin niin ikään puhdasta, valkoista paperia, ja osa *sangaku*-tauluihin päätyneistä matemaattisista ongelmista julkaistiinkin myös maassa levitettävinä painotuotteina. (Hosking, 2016.)

6.5.1 Matemaattiset piirtämisen apuvälineet

Matemaattisten kuvioiden piirtämiseen Edo-kauden aikaisilla matemaatikoilla oli tiettävästi käytössään ainakin kolmentyyppisiä apuvälineitä: harppi, suorakulma ja astelevy (kuva 6.7). Harppi ja suorakulma olivat olleet Kiinassa tunnettuja viimeistään 700-luvun puolestavälistä lähtien, mutta niiden keksijästä tai tarkemmasta käyttöönoton ajankohdasta ei ole kuin myytinomaisia uskomuksia ja värikkäitä tarinoita. Japaniin välineet kulkeutuivat oletettavasti jossakin vaiheessa ennen Edo-kauden alkua. Harpin käytöstä *sangaku*-taulujen laadinnassa antaa osviittaa paitsi tauluihin piirrettyjen ympyröiden siisteys, myös se että ympyröiden keskellä on usein ollut havaittavissa pieni reikä, joka on oletettavasti ollut seurausta harpin terän tukemisesta taulua vasten kuvion piirtämistä varten. (Hosking, 2016.)



KUVA 6.7: Matemaattisten kuvioiden piirtämisessä Edo-kaudella käytetyt työvälineet: harppi, suorakulma ja astelevy. Kuva on vuodelta 1838 japanilaisen Hasegawa Hiroshin teoksesta *Sanpo jikata taisei*. (Hosking, 2016.)

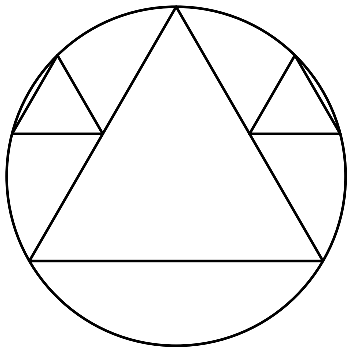
6.6 *Sangaku*-ongelmat

Tutustumme seuraavaksi kahteen sangaku-tauluissa esiintyneeseen geometriseen ongelmaan ja esitämme niille ratkaisut nykyaikaisin matemaattisin menetelmin. Tehtävät on nimetty niiden pyhäköiden mukaan, joista *sangaku*-taulut ovat peräisin. Ongelmien tehtävänannot perustuvat Rosalie Hoskingin väitöskirjatyössään esittämiin englanninkielisiin käännöksiin. Käännösten lisäksi tehtävänannot on nykyaikaistettu siten, että muuttujille käytetyt symbolit eli kiinalaisperäiset *kanji*-merkit on korvattu kansainvälisessä matemaattisessa nimeämiskäytännössä vakiintuneilla latinalaisilla aakkosilla. Vastaavasti alkuperäisissä ongelmanasetteluissa mahdollisesti esiintyneet SI-järjestelmästä poikkeavat perinteiset japanilaiset mittayksiköt (尺貫法 *shakkanhō*) on jätetty esityksestä pois, koska yksiköt eivät olennaisesti vaikuta tässä käsiteltävien esimerkkitehtävien yhteydessä suoritettaviin laskutoimituksiin ja saattaisivat suotta aiheuttaa niihin perehtymättömälle lukijalle ylimääräistä hämmennystä. Kiteytetysti, tehtävät on esitetty sellaisessa muodossa, että niiden ongelmanasettelut vastaavat nykyaikaisissa länsimaisissa matematiikan oppikirjoissa esiintyviä geometrian tehtäviä. Tehtävien olennaisesta matemaattisesta annista ei kuitenkaan ole tehty myönnytyksiä.

Vanhalla *kanbun*-tyylillä (ks. luku 6.7.1) kirjoitetuista alkuperäisistä tehtävänannoista kiinnostunutta lukijaa suositellaan tutustumaan esimerkiksi edellä mainittuun Rosalie Hoskingin väitöskirjaan. Hosking esittelee työssään myös sitä, miten *sangaku*-taulujen ongelmia voisi ratkaista Seki Takakazun kehittämällä *tenzan jutsu* -menetelmällä.

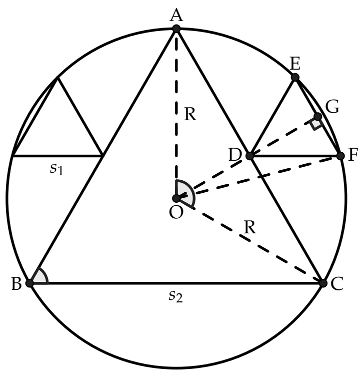
6.6.1 *Atago*

Tarkastellaan kuvan (6.8) tilannetta, jossa ympyrän sisällä on yksi isokokoinen tasasivuinen kolmio ja kaksi pienempää tasasivuista kolmiota. Oletetaan, että pienempien kolmioiden sivujen pituus on 1*. Kuinka suuri on tällöin suurimman kolmion sivun pituus?*



Kuva 6.8: *Atago*-tehtävän geometrinen lähtötilanne.

Ratkaisu. Olkoon R ympyrän säde, s_1 pienempien kolmioiden sivujen pituus ja s_2 suurimman kolmion sivujen pituus. Noudatamme tehtävän ratkaisussa kuvan 6.9 merkintöjä.



Kuva 6.9: *Atago*-tehtävän ratkaisussa käytetyt merkinnät.

Aloitetaan tehtävän ratkaiseminen selvittämällä janan OG pituus. Koska ΔDEF on tasasivuinen kolmio, niin janaa EF vasten piirretyn korkeusjanan DG pituus on

$$DG = \frac{\sqrt{3}}{2} s_1. \tag{6.1}$$

Koska ympyrän samaa kaarta vastaava kehäkulma on puolet vastaavasta keskuskulmasta ja ΔABC on tasasivuinen kolmio, niin

$$\measuredangle AOC = 2 \cdot \measuredangle ABC = 120°.$$

Edelleen, koska ΔAOC on tasakylkinen kolmio huippukulmanaan 120°, niin korkeusjanalle OD pätee

$$OD = R\cos 60° = \frac{R}{2}. \tag{6.2}$$

Yhdistämällä kohdat (6.1) ja (6.2) saadaan janan OG pituudeksi

$$OG = OD + DG = \frac{R}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}s_1.$$

Koska tasasivuisen kolmion ΔDEF sivua EF vastaan piirretty keskinormaali DG jakaa sivun kahteen yhtä suureen osaan, niin $GF = \frac{s_1}{2}$. Soveltamalla Pythagoraan lausetta suorakulmaiseen kolmioon ΔOGF saadaan, että

$$R^2 = \left(\frac{R}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}s_1\right)^2 + \left(\frac{s_1}{2}\right)^2,$$

josta edelleen sievennyksen tuloksena saadaan

$$\frac{3R^2}{4} = \frac{R\sqrt{3}}{2}s_1 + s_1^2.$$

Täydennetään oikeanpuoleinen lauseke neliöksi lisäämällä termi $\frac{1}{4}\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2$ yhtälön molemmille puolille, jolloin yhtälö

$$\frac{3R^2}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}s_1 + s_1^2\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2,$$

saadaan kirjoitettua muodossa

$$\frac{15R^2}{16} = \left(s_1 + \frac{R\sqrt{3}}{4}\right)^2. \tag{6.3}$$

Ottamalla yhtälöstä (6.3) puolittain neliöjuuri saadaan, että

$$\left|\frac{R\sqrt{15}}{16}\right| = \left|s_1 + \frac{R\sqrt{3}}{4}\right|,$$

josta itseisarvomerkkien poistamisen ($R > 0$, $s_1 > 0$) jälkeen saadaan ratkaistua sivulle s_1 säteestä R riippuva lauseke

$$s_1 = \left(\frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{4}\right)R. \tag{6.4}$$

Nyt yhtälö (6.4) voidaan edelleen ratkaista säteen R suhteen, jolloin saadaan

$$R = \frac{4s_1}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-1)}. \tag{6.5}$$

Koska $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) = 4$, niin kirjoittamalla yhtälö (6.5) muodossa

$$R = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{s_1}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$$

saadaan edelleen, että

$$R = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} s_1. \tag{6.6}$$

Nyt olemmekin jo melkein valmiit. Koska $AD = \frac{1}{2}AC$, niin soveltamalla Pythagoraan lausetta suorakulmaiseen kolmioon ΔADO saadaan, että $(AO)^2 - (OD)^2 = (AD)^2$, eli

$$R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \left(\frac{s_2}{2}\right)^2,$$

josta

$$R = \pm\frac{s_2}{\sqrt{3}}. \tag{6.7}$$

Koska $R > 0$, niin vain positiivinen ratkaisu kelpuutetaan. Ratkaisemalla yhtälö (6.7) sivun s_2 suhteen ja sijoittamalla säteen R paikalle edellä johdettu lauseke (6.6) saadaan viimein, että

$$s_2 = (1+\sqrt{5})s_1. \tag{6.8}$$

Siten, jos kuvion pienempien kolmioiden sivujen pituus on $s_1 = 1$, niin suurimman kolmion sivun pituus on $s_2 = 1 + \sqrt{5}$ ($\approx 3{,}24$).

Kultainen ja hopeinen leikkaus

Tehtävässä on eräs mielenkiintoinen piirre, joka liittyy kuvataiteessakin suosittuun kultaiseen leikkaukseen. Jos kahden pienemmän tasakylkisen kolmion kannat yhdistetään toisiinsa ympyrän poikki kulkevalla jänteellä, niin kolmioiden kannan ja kolmioiden väliin jäävän jänteen osan (janan) suhde noudattaa kultaisen leikkauksen jakosuhdetta eli lukua $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ($\approx 1{,}62$). Koska keskijana jakaa janan yhdistämän kolmion kyljet ja kolmion kannan suhteessa $1:2$, voitaisiin suurimman kolmion sivun pituus selvittää myös kultaisen leikkauksen avulla, jos pienten kolmioiden sivujen pituus s_1 tunnetaan. Yhtälöstä (6.8) nimittäin saadaan, että

$$s_2 = (1+\sqrt{5})s_1 = 2\varphi s_1,$$

eli suurimman kolmion sivun pituus s_2 saadaan kaksinkertaistamalla kultaisen leikkauksen suhde ja skaalaamalla saadulla lukuarvolla pienten kolmioiden sivujen pituutta s_1.

Siitä, onko Edo-kauden aikaisilla japanilaisilla ollut tietoa kultaisesta leikkauksesta (黄

金比 *ōgon-hi*) ei ole kuitenkaan täyttä varmuutta. Saksalainen tähtitieteilijä ja matemaatikko Michael Maestlin laski ensimmäisenä kultaisen leikkauksen käänteisluvulle desimaaliapproksimaation $\varphi^{-1} \approx 0{,}6180340$ vuonna 1597 oppilaalleen Keplerille kirjoittamassaan kirjeessä (O'Connor & Robertson, 2001). Kuitenkin vasta vuonna 1835 saksalainen matemaatikko Martin Ohm (Ohmin laista tunnetun fyysikko Georg Ohmin nuorempi veli) otti käyttöön termin *goldener Schnitt* viitatakseen tähän nykypäivänä laajalti tunnettuun kultaiseen suhteeseen (Dudley, 2013). Edo-kaudella harjoitetusta eristäytymispolitiikasta (*sakoku*, luku 4.9.1) johtuen on hyvin mahdollista, että eurooppalaisten kultaista leikkausta koskevat tutkimukset jäivät näihin aikoihin japanilaisille vieraammiksi. Toisaalta termin käyttöönoton myöhäisyys hankaloittaa sen arvioimista, onko ideaa vielä tunnettu ennen kuin siitä on alettu puhua nykyaikana vakiintunein nimityksin.

Tässä yhteydessä on kuitenkin syytä tuoda esille, että japanilaisillakin on ollut jo varhain omia esteettisiä normejaan, jotka niin ikään liittyvät pituuksien ja etäisyyksien välisiin suhteisiin. Perinteisessä japanilaisessa arkkitehtuurissa, buddhapatsaiden kasvojen muotoilussa ja *ikebana*-taiteessa on nimittäin noudatettu kultaisen leikkauksen sijaan ns. *hopeista suhdetta* (白銀比 *hakuginhi*), joka tunnetaan Japanissa myös nimellä *Yamato-hi* (大和比) eli *japanilainen suhde*. Hopeisen leikkauksen suhdeluku on $\delta_S = 1 + \sqrt{2}$ ($\approx 2{,}42$). (Aoyama, Fujiwara, Ikeda, Iyetomi, & Souma, 2010, s. 53–54.)

Vertailun vuoksi mainittakoon, että luvut $a, b > 0$ noudattavat kultaisen leikkauksen suhdetta, jos

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} =: \varphi$$

ja ne noudattavat hopeisen leikkauksen suhdetta, jos

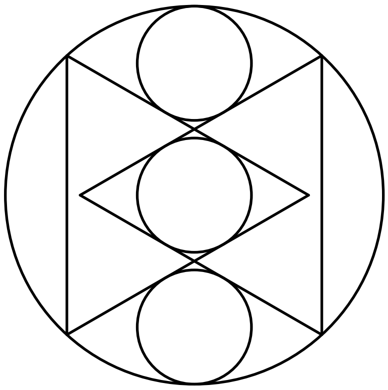
$$\frac{2a+b}{a} = \frac{a}{b} =: \delta_S.$$

Siinä missä kultainen leikkaus liittyy läheisesti Fibonaccin lukuihin, hopeinen leikkaus liittyy puolestaan Pellin lukuihin (Kapusta, 2004). Näitä ei tämän työn laajuudessa käsitellä sen enempää, mutta käsitteiden nimet auttavat varmastikin aiheesta kiinnostutta eteenpäin uusille urille.

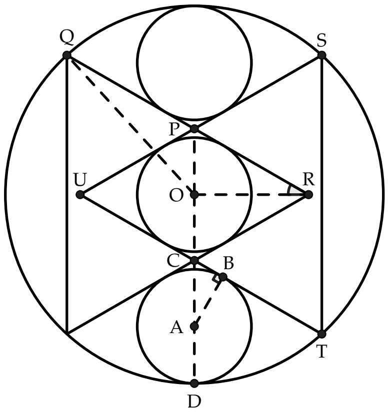
6.6.2 *Kumakabuto*

Tarkastellaan kuvan 6.10 tilannetta, jossa suuren ympyrän sisällä on kaksi keskenään yhtä suurta tasasivuista kolmiota ja kolme keskenään yhtä suurta pientä ympyrää. Pienistä ympyröistä keskimmäinen koskettaa neljää kolmioiden sivuista, ja kaksi muuta pienempää ympyrää kahta kolmioiden sivuista sekä isointa ympyrää. Pienet ympyrät sijaitsevat samalla pystysuuntaisella suoralla. Oletetaan, että suurimman ympyrän halkaisija on 10*. Mikä on tällöin pienempien ympyröiden halkaisija ja kolmioiden sivujen pituus?*

Ratkaisu. Olkoon pienten ympyröiden säde r ja isoimman ympyrän säde R. Noudatamme tehtävän ratkaisussa kuvan 6.11 merkintöjä.



Kuva 6.10: *Kumakabuto*-tehtävän geometrinen lähtötilanne.



Kuva 6.11: *Kumakabuto*-tehtävän ratkaisussa käytetyt merkinnät.

Ympyrän halkaisija

Tasasivuisessa kolmiossa ΔSTU on selvästi $\measuredangle STU = 60°$. Koska sivu ST on kuvion pystysuuntaisen symmetria-akselin kanssa yhdensuuntainen, niin kuvion pystysuuntaisen symmetria-akselin ja sivun TU muodostama kulma $\measuredangle DCT$ on yhtä suuri kuin kulma $\measuredangle STU$ eli $60°$. Siten, kun alimman ympyrän keskipisteestä A piirretään tangenttijanaa TU vastaan kohtisuora jana AB, saadaan $30°$- $60°$- $90°$-kolmio ΔACB.

Kuvion pystysuuntaista symmetria-akselia tarkastelemalla suurimman ympyrän halkaisijalle saadaan muodostettua lauseke

$$2R = 2r + 4AC. \tag{6.9}$$

Koska kolmiossa ΔABC on

$$r = AB = AC \cos 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} AC,$$

niin sivulle AC saadaan säteestä r riippuva lauseke

$$AC = \frac{2}{\sqrt{3}}r. \tag{6.10}$$

Sijoittamalla (6.10) yhtälöön (6.9) saadaan, että

$$R = \frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}r,$$

josta edelleen pienempien ympyröiden halkaisijoiden lausekkeeksi

$$2r = \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \cdot 2R. \tag{6.11}$$

Siten, jos $2R = 10$, niin $2r = \frac{10\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ ($\approx 3{,}02$).

Kolmion sivun pituus

Symmetriasyistä $OP = OC = \frac{2}{\sqrt{3}}r$ ja koska $\measuredangle ORP = 30°$, niin

$$OR = OP \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot OP,$$

eli

$$OP = 2r = \sqrt{3} \cdot OR.$$

Merkitään kysyttyä sivun pituutta $s = QR$. Soveltamalla kosinilausetta kolmioon ΔORQ saadaan, että

$$(OQ)^2 = (QR)^2 + (OP)^2 - 2 \cdot QR \cdot \cos 30°,$$

eli

$$\begin{aligned} R^2 &= s^2 + (2r)^2 - 2s \cdot 2r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= s^2 + 4r^2 - (2\sqrt{3}r)s. \end{aligned} \tag{6.12}$$

Vähentämällä termi R^2 yhtälön molemmilta puolilta saadaan normaalimuotoinen toisen asteen yhtälö

$$s^2 - (2\sqrt{3}r)s - (R^2 - 4r^2) = 0,$$

jonka ratkaisuja ovat

$$s = \sqrt{3}r \pm \sqrt{R^2 - r^2}. \tag{6.13}$$

Tarkastellaan sitten juurrettavaa $R^2 - r^2$. Sijoittamalla lausekkeeseen yhtälössä (6.11) ratkaistu säteen r arvo saadaan, että

$$
\begin{aligned}
R^2 - r^2 &= \left(1 - \frac{3}{(4+\sqrt{3})^2}\right) \cdot R^2 \\
&= \left(1 - \frac{3}{19+8\sqrt{3}}\right) \cdot R^2 \\
&= \frac{16+8\sqrt{3}}{19+8\sqrt{3}} \cdot R^2 \\
&= \frac{4(1+\sqrt{3})^2}{(4+\sqrt{3})^2} \cdot R^2.
\end{aligned}
$$

Sijoittamalla tämä edellä johdettuun sivun s lausekkeeseen (6.13) saadaan

$$
s = \sqrt{3}r \pm \frac{2(1+\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}} \cdot R.
$$

Muokataan lauseketta niin, että saamme esitettyä sen säteen r avulla. Koska $r = \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \cdot R$, niin

$$
\begin{aligned}
s &= \sqrt{3}r \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \cdot R \pm 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \cdot R \\
&= \left(\sqrt{3} \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \pm 2\right) r \\
&= \left(2 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}\right) r.
\end{aligned}
$$

Näistä kahdesta ratkaisusta vain positiivinen ratkaisu on hyväksyttävä. Siten, jos $r = \frac{5\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$, niin $s = \frac{5}{13}(14 + 3\sqrt{3})$ ($\approx 7{,}38$).

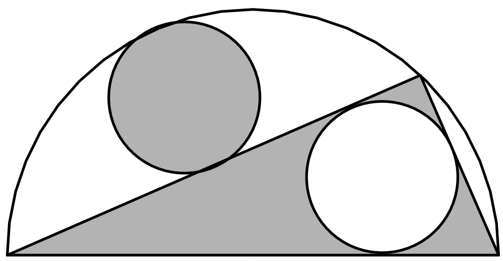
6.6.3 *Sanpō shōjo*

Kuva 6.12: Hiroko Endōn *Sanpō shōjo* vuodelta 1973.

Lähde:
https://img1.doubanio.com/lpic/s26966579.jpg

Wasan-matematiikka ja *sangaku*-taulut ovat päätyneet käsiteltäviksi myös nykyaikaisessa populaarikulttuurissa. Hiroko Endōn (遠藤寛子 *Endō Hiroko*) vuonna 1973 kirjoittamassa Edo-kaudelle sijoittuvassa fiktiivisessä historiallisessa tarinassa *Sanpō shōjo* (算法少女, kuva 6.12)[2] kuvataan kohtaus, jossa Sannosuke Mizuno -niminen nuori samurai astelee voitonriemuisesti ympäröivän väkijoukon halki kohti paikallista pyhäkköä, tarkoituksenaan julkaista luomansa *sangaku*-taulu muiden hämmästeltäväksi. *Sangaku*-taulun nähdessään alueen asukas, pieni tyttö nimeltä Aki, huomaa että taulussa esitetty ongelma on sama kuin minkä hänen isänsä on hänelle opettanut ja että tauluun kirjattu vastaus on virheellinen. Matematiikassa kunnostautuneena henkilönä Aki ei voinut olla huomauttamatta asiasta Mizunolle ja asiasta kuultuaan Mizuno samurai-kollegoineen uhmakkaina saartavat hänet, vaatien Akia kertomaan minkä takia ratkaisu olisi muka hänen mielestään väärin. Sen enempää ratkaisutapaansa paljastamatta Aki toteaa värähtämättömällä äänellä ongelman oikean vastauksen, minkä kuultuaan Mizuno havahtuu tekemästään virheestä ja päättää palata takaisin kotiinsa, luopuen taulunsa julkaisemisesta.

Tarinaan liittyvä matemaattinen ongelma on esitetty kuvassa 6.13. Ongelman kuvaus on seuraavanlainen: *Oletetaan, että puoliympyrän sisään on piirretty kolmio, jonka sivu yhtyy puoliympyrän suoraan sivuun. Jos kolmion sisään piirretyn ympyrän säde on yhtä suuri kuin ympyrän, joka sivuaa puoliympyrän reunaa ja yhtä kolmion sivuista, mikä on puoliympyrän ja sen sisällä olevien pienten ympyröiden halkaisijoiden välinen suhde?*



Kuva 6.13: *Sanpō shōjo* -tarinassa esitetty matemaattinen ongelma ympyröiden halkaisijoiden välisestä suhteesta.

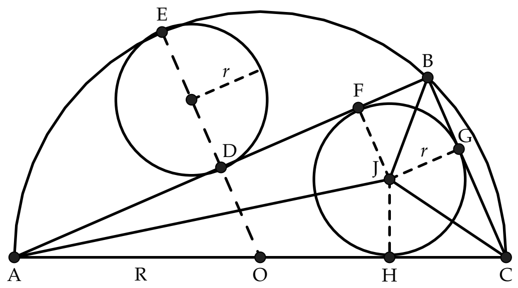
Yksinkertaisesta ongelmanasettelustaan huolimatta tehtävä vaatii ratkaisijalta huolellista analyysiä ja pohdintaa, eikä siten varmastikaan ole geometristen ongelmien helpoimmasta päästä. Tehtävä on kuitenkin ratkaistavissa lukion pitkän matematiikan geometrian kurssin tiedoilla, minkä takia se sopisi hyvin esimerkiksi eräänlaiseksi haastetehtäväksi taitavammille opiskelijoille siinä vaiheessa kurssia, kun ympyröitä ja kolmioita on ehditty käsitellä.

Esittelemme seuraavaksi tehtävän kaksi mahdollista ratkaisutapaa. Näistä ensimmäinen nojautuu kolmioiden pinta-aloihin ja jälkimmäinen puolestaan Pythagoraan lauseeseen sekä älykkäisiin laskuteknisiin oivalluksiin. Kolmioiden yhdenmuotoisuus ja yhtenevyys ovat kuitenkin oleellisesti mukana kummassakin tapauksessa. Eroistaan huolimatta molemmat ratkaisutavat pitävät sisällään mielenkiintoisia elementtejä, joten lukijaa suositellaan lämpimästi tutustuvan niistä kumpaankin.

[2]Teoksen nimessä *sanpō* (算法) tarkoittaa matemaattista algoritmia ja *shōjo* (少女) tyttöä.

Ratkaisu 1.

Olkoon puoliympyrän säde R ja pienempien ympyröiden säde r. Ympyröiden halkaisijoiden välinen suhde on sama kuin niiden säteiden välinen suhde, joten tavoitteenamme on määrittää suhde $R: r$. Etenemme ratkaisussa noudattaen kuvan 6.14 merkintöjä.



Kuva 6.14: *Sanpō shōjo* -tehtävän ensimmäisessä ratkaisutavassa käytetyt merkinnät.

Kolmiot ΔADO ja ΔABC ovat yhdenmuotoisia (kk). Koska O on puoliympyrän keskipiste, niin $AO: AC = 1: 2$, mikä on kolmioiden ΔADO ja ΔABC suurennussuhde. Siten yhdenmuotoisuuden nojalla pätee, että $DO = \frac{1}{2}BC$. Tämän perusteella edelleen saadaan, että

$$EO = R = ED + DO = 2r + \frac{1}{2}BC. \tag{6.14}$$

Kolmion ΔABC pinta-ala on

$$S := \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC.$$

Toisaalta kolmion ΔABC pinta-ala on kolmioiden ΔAJC, ΔAJB ja ΔCJB pinta-alojen summa. Siten, koska

$$\begin{aligned}
\Delta AJC &= \frac{1}{2} \cdot HJ \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot r \cdot 2R, \\
\Delta AJB &= \frac{1}{2} \cdot FJ \cdot BA \ = \frac{1}{2} \cdot r \cdot BA, \\
\Delta CJB &= \frac{1}{2} \cdot GJ \cdot CB \ = \frac{1}{2} \cdot r \cdot CB,
\end{aligned}$$

niin

$$2S = AB \cdot BC = r(2R + BA + CB). \tag{6.15}$$

Kolmiot ΔAJF ja ΔAJH ovat yhteneviä (ssk), joten $AF = AH$. Vastaavasti, koska kolmiot ΔCHJ ja ΔCGJ ovat yhteneviä (sks), niin $CH = CG$. Edelleen, koska $\angle ABC$ on suora kulma (Thaleen lause), ja koska janat JF ja JG ovat kohtisuorassa tangenttijanoja AB ja BC vastaan, niin monikulmio $BGJF$ on neliö. Näin ollen

$$AC = 2R = AH + HC = AF + CG = (AB - r) + (BC - r). \tag{6.16}$$

Tässä vaiheessa tehtävä onkin enää viimeistelyä vaille valmis. Ratkaisemalla yhtälö (6.14) sivun BC suhteen saadaan, että

$$BC = 2R - 4r \tag{6.17}$$

ja sijoittamalla tämä yhtälöön (6.16) saadaan, että

$$AB = 6r. \tag{6.18}$$

Kun (6.17) ja (6.18) sijoitetaan yhtälöön (6.15) saadaan, että

$$6r(2R - 4r) = r(2R + 6r + 2R - 4r),$$

josta sieventämisen tuloksena edelleen saadaan

$$8R = 26r$$

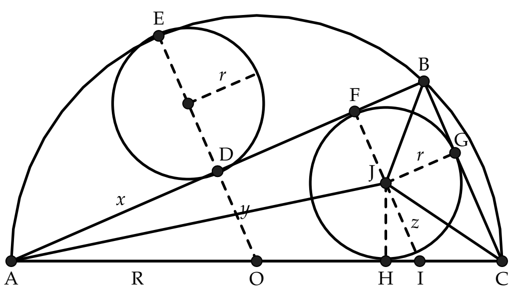
ja viimein

$$\frac{R}{r} = \frac{13}{4}.$$

Puoliympyrän ja sen sisällä olevien pienempien ympyröiden halkaisijoiden välinen suhde on siis $13 : 4$.

Ratkaisu 2.

Olkoon puoliympyrän säde R. Koska tehtävässä pyydetään ainoastaan ympyröiden halkaisijoiden välistä suhdetta, voidaan olettaa, että pienempien ympyröiden säde on $r = 1$. Tällöin suhteen $R : r$ määrittäminen palautuu puoliympyrän säteen R määrittämiseen. Valinta ei vaikuta ratkaisun yleistettävyyteen, mutta tekee tehtävästä laskuteknisesti olennaisesti helpomman. Etenemme ratkaisussa noudattaen kuvan 6.15 merkintöjä.



Kuva 6.15: *Sanpō shōjo* -tehtävän toisessa ratkaisutavassa käytetyt merkinnät.

Kolmiot ΔADO ja ΔABC ovat yhdenmuotoisia (kk). Koska O on puoliympyrän keskipiste, niin $AO : AC = 1 : 2$, mikä on kolmioiden ΔADO ja ΔABC suurennussuhde. Siten kolmiossa ΔADO on $AD = \frac{1}{2}AB$.

Merkitään $x = AD$, $y = DO$ ja $z = JI$. Koska kolmiot ΔADO ja ΔAFI ovat yhdenmuotoisia (kk), niin $AD\colon DO = AF\colon FI$, eli

$$\frac{x}{y} = \frac{2x-1}{z+1},$$

josta saadaan, että

$$(z+1)x = (2x-1)y. \tag{6.19}$$

Kolmioiden ΔADO ja ΔJHI yhdenmuotoisuuden (kk) perusteella

$$\frac{x}{R} = \frac{1}{z},$$

josta muuttujan z suhteen ratkaisemalla saadaan, että

$$z = \frac{R}{x}. \tag{6.20}$$

Koska EO on puoliympyrän säde ja ED on pienemmän ympyrän halkaisija, niin

$$y = EO - ED = R - 2 \tag{6.21}$$

ja koska $y > 0$, niin $R > 2$.

Sijoittamalla kohtien (6.20) ja (6.21) lausekkeet yhtälöön (6.19) saadaan, että

$$R + x = (2x-1)(R-2),$$

josta muuttujan x suhteen ratkaisemalla saadaan, että

$$x = \frac{2(R-1)}{2R-5}.$$

Soveltamalla Pythagoraan lausetta kolmioon ΔADO saadaan, että $x^2 + y^2 = R^2$, eli

$$\left(\frac{2(R-1)}{2R-5}\right)^2 + (R-2)^2 = R^2,$$

ja edelleen luvulla 4 puolittain jakamalla ja termejä siirtelemällä

$$\left(\frac{R-1}{2R-5}\right)^2 - R + 1 = 0. \tag{6.22}$$

Merkitsemällä $s = R - 1$ yhtälö (6.22) saadaan kirjoitettua muotoon

$$\frac{s^2}{(2s-3)^2} - s = 0. \tag{6.23}$$

Koska $R \neq 1$, niin $s \neq 0$, joten yhtälö (6.23) voidaan jakaa puolittain luvulla s, jolloin saadaan

$$\frac{s}{(2s-3)^2} - 1 = 0. \tag{6.24}$$

Kertomalla yhtälöä (6.24) puolittain nimittäjällä $(2s-3)^2$ olettaen, että $s \neq 3/2$, päästään edelleen toisen asteen yhtälöön

$$4s^2 - 13s + 9 = 0,$$

jonka ratkaisuja ovat $s = 1$ ja $s = 3/2$. Oletuksen $s \neq 3/2$ takia jälkimmäinen ratkaisu on kuitenkin hylättävä. Siten, koska $R = s + 1$, puoliympyrän säteen ainoa mahdollinen ratkaisu on $R = 13/4$, mikä on myös tehtävässä kysytty ympyröiden halkaisijoiden välinen suhde.

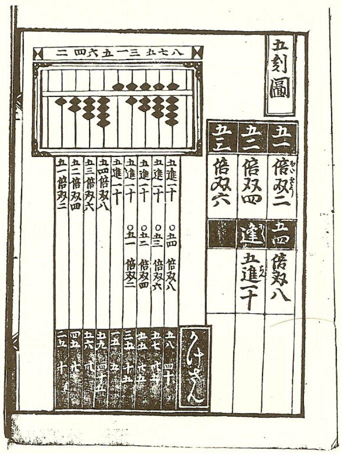
Tämän ratkaisutavan yhtenä mielenkiintoisimpana piirteenä on yhtälössä (6.23) tehty sijoitus $s = R - 1$. Nimittäin jos yhtälö (6.22) laskettaisiin auki ilman minkäänlaista sijoitusta saataisiin muuttujan R suhteen kolmannen asteen yhtälö, jonka ratkaiseminen olisi varsin työlästä (mutta polynomien jakokulmassa kuitenkin mahdollista). Sijoituksen avulla yhtälö saadaan kuitenkin muutettua sellaiseen muotoon, jossa rajoitteesta $R > 2$ seuraavan ehdon $s > 1$ nojalla muuttuja s voidaan huoletta jakaa pois, jolloin jäljelle jää enää tavallinen toisen asteen yhtälö. Toisen asteen yhtälön kahdesta ratkaisuista kuitenkin vain toinen kelpaa, koska ratkaisu $s = 3/2$ on nimittäjässä olevan lausekkeen $(2s-3)^2$ nollakohta. Näin lähtökohtana olleen kolmannen asteen yhtälön ratkaisuista vain yksi on sellainen, joka kelpaa tehtävän vastaukseksi.

6.7 *Jinkōki*

Wasan-matematiikan perustana olivat 1200-luvulla Kiinasta Japaniin rantautuneet matemaattiset opit, joita japanilaiset myöhemmin alkoivat itsenäisesti kehittää. *Wasan*-matematiikasta julkaistiin ajan myötä lukuisia oppikirjoja, joista tunnetuin on vuonna 1627 Yoshida Mitsuyoshin (吉田光由, toiselta nimeltään Yoshida Kōyū) kirjoittama *Jinkōki* (塵劫記). *Jinkōkista*, jonka nimi vapaasti käännettynä tarkoittaa ”tutkielma mahtavimmista luvuista vähäisimpään”[3], tuli yksi japanilaisen matematiikan kirjallisuuden klassikkoteoksista. *Jinkōkissa* käsiteltiin mm. *soroban*-aritmetiikkaa (kuva 6.16), mukaan lukien menetelmät neliö- ja kuutiojuurten laskemiseksi helmitaulua hyväksi käyttäen, sekä teoksen julkaisuajankohtana hyödyllisinä pidettyjä matemaattisia sovelluksia, kuten viljelyskelpoisen maan pinta-alan laskemista ja yksinkertaisia maanmittaustekniikoita. Näiden lisäksi teoksessa käsitellään mm. geometrisia lukujonoja, esitellään kuvan 6.17 *Mamakodate*-ongelma[4] ja lueteltiin tunnettuja irrationaalilukujen likiarvoja, kuten $\sqrt{2} \approx 1{,}4142$, $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 8{,}33$ ja $\pi \approx 3{,}16$. Luvun π approksimaation perustana oli mitä ilmeisimmin ollut luvun $\sqrt{10}$ kaksidesimaalinen likiarvo, jota oli käytetty historiallisesti jo pitkään luvun π likiarvona, niin Intiassa, Arabiassa kuin Kiinassakin (luku 6.10). (Baba, Iwasaki, Ueda, & Date, 2012; National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914.)

[3] Teoksen nimen kolmesta kiinankielisestä kirjoitusmerkistä ensimmäinen eli 塵 *jin* viittaa pieneen lukuun, toinen eli 劫 *kō* suureen lukuun ja kolmas eli 記 *ki* puolestaan tutkielmaan. Teoksen johdannossa Yoshida kertoo saaneensa ehdotuksen teoksen nimelle eräältä buddhalaiselta munkilta. Tämäntapaiset tiiviit ja osin tulkinnanvaraiset mutta samalla ajatuksia herättävät yhdistelmäsanat ovat tyypillisiä japaninkielisissä ilmauksissa. (Smith & Mikami, 1914, s. 60.)

[4] *Mamakodate*-ongelma muistuttaa länsimaissa Josephus Problem -nimellä tunnettua pudotuspeliongelmaa.



Kuva 6.16: *Soroban*-helmitaulu Yoshida Mitsuyoshin kirjoittaman *Jinkōkin* vuoden 1641 painoksessa.

Lähde:
https://en.wikipedia.org/wiki/File:Yoshida_Soroban.jpg

6.7.1 *Jinkōkin* suosio

Jinkōki oli ensimmäinen jälkipolville säilynyt japanilainen matematiikan oppikirja[5] ja ilmestyttyään se saavutti nopeasti japanilaisten keskuudessa suuren suosion. Kirjasta tehtiin vuosien saatossa huimia painosmääriä ja siitä tulikin yksi koko Edo-kauden myydyimmistä teoksista. Jo Yoshidan omana elinaikana teoksesta ehdittiin ottaa monia uusia painoksia. Yoshida teki myös kirjaansa useampaan otteeseen lisäyksiä ja korjauksia, joiden pohjalta vuonna 1642 markkinoille saapui *Jinkōkin* uudistettu versio.

Yhtenä keskeisimpänä syynä *Jinkōkin* valtaisaan suosioon oli se, että kirja oli kirjoitettu tieteellisen kirjallisuuden aiemmasta käytännöstä poiketen kaikkia kolmea japanin kielen merkkijärjestelmää käyttäen, eli *hiragana*- ja *katakana*-tavuaakkostojen sekä kiinalaisperäisten *kanji*-merkkien avulla – siis saman periaatteen mukaisesti kuin japanin kieltä vakiintuneesti kirjoitetaan vielä tänäkin päivänä. Muutos oli poikkeuksellinen, sillä Edo-kauteen asti (ja vielä pitkään sen jälkeenkin) monet viralliset julkaisut ja sivistyneistön laatimat kirjalliset teokset oli pääasiassa kirjoitettu ns. *kanbun* (漢文) -tyylillä[6], jossa klassisen kiinan mukaista tekstiä annotoitiin tietyin menetelmin, jotta tekstistä olisi tullut lukukelpoista japanilaiselle kohdeyleisölle. *Kanbunin* rooli oli jokseenkin samankaltainen kuin muinoin latinan kielellä Euroopassa: kyseessä oli tieteen ja sivistyksen (kirja)kieli, jota vain korkeasti kouluttautuneet oppineet olivat kykeneviä lukemaan.

Japanin kielen rakenteelliset ominaisuudet olivat kuitenkin monessa suhteessa erilaiset kuin kiinan[7], minkä takia *kanbun*-tyylillä kirjoitetut tekstit eivät olleet vielä parhaimmankaan annotoijan käsittelyn jälkeen sellaisessa muodossa, mitä tavallinen japanilainen väestönosa olisi kyennyt vaivatta omatoimisesti lukemaan. *Jinkōkin* julkaisun myötä tilanne kuitenkin

[5] Yoshidan opettajana toiminut Mōri Shigeyoshi (毛利重能) oli tiettävästi yksi ensimmäisistä japaninkielistä matemaattista kirjallisuutta luoneista henkilöistä, mutta hänen teoksensa eivät valitettavasti ole säilyneet tähän päivään asti. Mōrin teosten uskotaan käsitelleen perusaritmetiikkaa ja helmitaululaskentaa, siis samoja aiheita kuin Yoshidan myöhemmin kirjoittama *Jinkōki*. (Smith & Mikami, 1914, s. 60.)

[6] Esimerkiksi tässä työssä aiemmin kuvaillut 700-luvulla kirjoitetut Japanin historialliset aikakirjat *Kojiki* ja *Nihon shoki* oli kirjoitettu *kanbun*-tyylillä, samoin luvussa 6.4 käsiteltävät *sangaku*-taulut.

[7] Kiina on *isoloiva kieli*, jonka sanat koostuvat tyypillisesti yksitavuisista taipumattomista morfeemeista, joiden fonetiikka ei (mahdollisesti äänialaa lukuunottamatta) morfeemeja yhdistettäessä muutu. Japani puolestaan on suomen tavoin *agglutinoiva kieli*, jossa sanojen vartaloon liitetään taivutuspäätteitä kieliopillisten suhteiden ja merkitysten ilmaisemiseksi. Lisäksi mm. japanin ja kiinan sanajärjestys on keskenään erilainen. (Fält et al., 1994, s. 287–299; Whaley, 1996.)

muuttui niin, että kirjallisena esitetty matemaattinen tietous oli ensimmäistä kertaa koko kansan saavutettavana ja helposti ymmärrettävissä olevassa muodossa. (Hosking, 2016; National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914.)

6.7.2 *Idai* – haasteita edistyneimmille

Käytännönläheisten matemaattisten menetelmien esittelemisen lisäksi *Jinkōki* piti sisällään myös haastavampia matemaattisia ongelmia, joiden oli tarkoitus nostattaa ajatuksia ja herättää yleistä kiinnostusta matemaattista ongelmanratkaisua kohtaa. Nämä *idai* (遺題) -nimellä tunnetut ”taakse jätetyt ongelmat” olivat vaikeusasteeltaan nykyaikaisen lukion ja yliopisto-opintojen alkuun sijoittuvia matemaattisia aivopähkinöitä, jotka oli tarkoitettu virikkeeksi kirjan matemaattisesti etevimmälle kohdeyleisölle. Teoksessaan Yoshida pohjustaa *idai*-tehtäviä seuraavasti: ”*Koska matematiikkaa opiskelevilla ei uskoakseni ole tapaa varmistua siitä, onko heidän opettajansa oikeasti pätevä vaiko ei, opetan teille nyt tavan, jonka avulla voitte ottaa asiasta selvää. Esitän seuraavaksi kaksitoista ongelmaa, tarjoamatta niihin oikeita vastauksia. Voitte päätellä opettajanne taitoasteen sen perusteella, onko hän kyvykäs ratkomaan näitä esittämiäni ongelmia.*” (Heeffer, 2008; National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914.)

Hoskingin (2016) (s. 9) mukaan *Jinkōkista* otettiin aikojen saatossa myös luvattomia kopioita, joten yksi syy kirjoihin tehtyihin muutoksiin on saattanut olla korjausten lisäksi juuri se, että uusien painosten julkaiseminen saattaisi hillitä pimeillä markkinoilla toimineiden kauppamiesten aktiivisuutta. Toisaalta Yoshidan kerrotaan olleen huolissaan siitä, että kirja päätyisi sellaisten opettajien käyttöön, joilla ei ollut matematiikassa riittävän syvällistä aineenhallintaa. Yoshida saattoi siis ajatella, että teokseen lisättyjen haastetehtävien avulla epäpätevät valeopettajat saataisiin savustettua kouluista ulos, hänen lainauksessaan kuvaillun ”arviointimenettelyn” mukaisesti.

6.7.3 Yoshidan elämän loppuvaiheet

Yoshidalla oli ollut nuoruudestaan lähtien näkökykyä haittaavia ongelmia, jotka iän karttuessa asteittain pahentuivat ja johtivat lopulta Yoshidan täydelliseen sokeutumiseen. Vanhoilla päivillään hän palasi takaisin synnyinseudulleen ja keräsi luokseen joukon oppilaita välittääkseen tietämystään eteenpäin, kuten opettajansa Mōri aikoinaan. Vuonna 1672 Yoshida menehtyi 74 vuoden ikäisenä. Yoshidan elämäntyö vaikutti kuitenkin japanilaiseen matematiikan kirjallisuuteen vielä pitkään hänen kuolemansa jälkeenkin. *Jinkōkista* tuli Japanissa käytännössä aritmetiikan synonyymi, ja *Jinkōkin* innoittamana julkaistiin myöhemmin monia muitakin matemaattisia teoksia (osa jopa samalla nimellä), jotka omalta osaltaan olivat lujittamassa Edo-kauden aikaisten japanilaisten matemaattisen tietämyksen perustaa. Näissä teoksissa jatkettiin myös *Jinkōkin* aloittamaa haastetehtävien perinnettä, aina vuoteen 1813 asti, ja uusien kirjojen ilmestymisen myötä ongelmanratkaisusta kiinnostuneet japanilaiset saivat mietittäväkseen yhä haastavampia matemaattisia tehtäviä. (National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914, s. 61–62.)

6.7.4 Esimerkkejä *Jinkōkin* ongelmista

Esittelemme seuraavaksi *Jinkōkin* esiintyneen jakojäännösongelman sekä *Mamakodate*-nimellä tunnetun pudotuspeliongelman.

Jakojäännösongelma

Kun eräs luku jaetaan luvulla 3, jää jakojäännökseksi 2, kun se jaetaan luvulla 5, jää jakojäännökseksi 1, ja kun se jaetaan luvulla 7, jää jakojäännökseksi 2. Mikä on kyseinen luku?

1. Tarkastellaan ensin jakajia 5 ja 7. Koska luku 35 $(= 5 \cdot 7)$ on jaollinen luvuilla 5 ja 7, ja sen jakojäännös jaettaessa luvulla 3 on 2, niin voidaan siirtyä eteenpäin. Lukua 35 ei ole tarpeen skaalata, koska jakojäännöksellä on jo haluttu arvo.

2. Tarkastellaan sitten jakajia 3 ja 7. Koska luku 21 $(= 3 \cdot 7)$ on jaollinen luvuilla 3 ja 7, ja sen jakojäännös jaettaessa luvulla 5 on 1, niin voidaan siirtyä eteenpäin. Lukua 21 ei ole tarpeen skaalata, koska jakojäännöksellä on jo haluttu arvo.

3. Tarkastellaan lopuksi jakajia 3 ja 5. Koska luku 15 $(= 3 \cdot 5)$ on jaollinen luvuilla 3 ja 5, ja sen jakojäännös jaettaessa luvulla 7 on 1, niin tästä seuraa, että myös luku 30 $(= 2 \cdot 15)$ on jaollinen luvuilla 3 ja 5, ja sen jakojäännös jaettaessa luvulla 7 on 2. Tässä tapauksessa lukua 15 oli tarpeen skaalata, jotta jakojäännökselle saataisiin haluttu arvo.

Kohtien 1–3 perusteella $35 + 21 + 30 = 86$ on pienin mahdollinen luku, joka toteuttaa tehtävässä annetut ehdot.

Jakojäännösongelman yleinen ratkaisuperiaate on seuraavanlainen: Etsitään ensin pienin mahdollinen luku a, joka on jaollinen luvuilla p ja q, ja jonka jakojäännös jaettaessa luvulla r on 1. Tällöin luku, joka on jaollinen luvuilla p ja q, ja jonka jakojäännös jaettaessa luvulla r on s, saadaan kertomalla lukua a luvulla s. Menettely toistetaan lukupareille (q, r) ja (p, r), ja lopuksi saadut luvut lasketaan yhteen. (National Diet Library, 2011.)

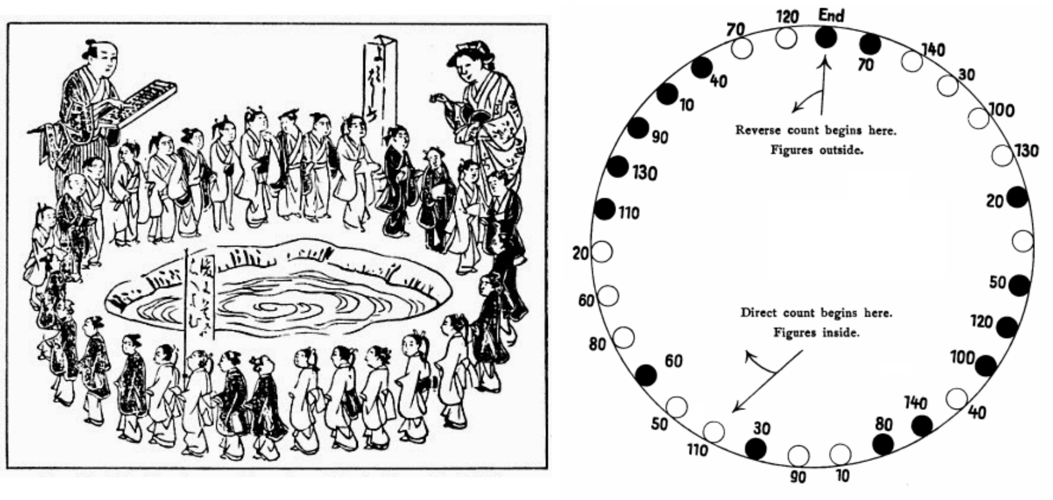
Ratkaisumenetelmä voidaan esittää myös kongruenssirelaation avulla seuraavasti: Etsitään ensin pienin mahdollinen luku a, jolle $pq \mid a$ ja $a \equiv 1 \pmod r$. Tällöin kertomalla lukua a luvulla s saadaan luku sa, jolle pätee, että $pq \mid sa$ ja $sa \equiv s \pmod r$. Vastaava menettely lukupareille (q, r) ja (p, r), jolloin saadaan kaksi muotoa tb ja uc olevaa lukua. Tehtävässä kysytty luku on summa $sa + tb + uc$.

Edellä esitetyn jakojäännösongelman pohjana on 300-luvulla muinaisessa Kiinassa *Sunzi suanjing* -nimisessä teoksessa esitetty, kiinalaisena jäännöslauseena tunnettu tulos. Kyseessä on siis hyvin vanha lukuteoriaan liittyvä ongelma. (National Diet Library, 2011.)

***Mamakodate*-ongelma**

Yoshidan *Jinkōkissa* esittelemä *Mamakodate* (継子立) -ongelma (kuva 6.17) esiintyi alunperin zen-munkki Kokan Shirenin vuonna 1346 julkaisemassa kirjassa *Matemaattisia leikkejä*. Tehtävään liittyy seuraavanlainen pohjustava tarina: *Muinoin eräässä kylässä asui rikas maanviljelijä, jolla oli 30 lasta. Lapsista puolet olivat maanviljelijän ensimmäisestä avioliitosta ja puolet toisesta avioliitosta. Maanviljelijän jälkimmäinen vaimo halusi suosikkipoikansa perivän yksin koko heidän omaisuutensa, joten hän päätti eräänä päivänä ehdottaa miehelleen, että he asettaisivat perheensä kaikki 30 lasta piiriin ja yhdestä lapsesta myötäpäivään edeten pudottaisivat pois joka kymmenennen lapsen, kunnes jäljellä olisi enää yksi lapsi, josta tulisi heidän ainoa perillisensä. Laskenta pantiin käyntiin ja neljäntoista eliminaatioaskelen tuloksena piirissä oli jäljellä enää yksi ottolapsi, mutta vaimon omat lapset olivat kaikki vielä mukana. Seuraavaksi vaimo ehdotti, luottavaisena siitä että perintö siirtyisi jollekin hänen omista lapsistaan, että he vaihtaisivat suuntaa ja jälleen yhdestä lapsesta eteenpäin edeten pudottaisivat joka kymmenennen. Mies suostui tähän, joten niinpä he siis tekivät. Vastapäivään suoritettu eliminaatio johti kuitenkin ennalta odottamattomaan tulokseen: kaikki vaimon 15 omaa lasta tulivat pudotetuiksi pois ja jäljelle jäi vain yksi ainokainen ottolapsi, joka sai koko perinnön itselleen.*

Tehtävän ongelmana on selvittää, mistä kohdasta laskenta kummassakin eliminaatiovaiheessa aloitettiin. Kuvan 6.17 kaavio esittää tehtävän ratkaisun: kuvion sisäosassa olevat luvut kuvaavat pudotuspelin ensimmäisen osan vaiheita ja ulkopuolella olevat luvut vastaavasti jälkimmäisen osan. Kuviossa mustat pallot edustavat vaimon ottolapsia ja valkoiset pallot hänen omia lapsiaan. (Fält et al., 1994; Smith & Mikami, 1914.)



Kuva 6.17: *Mamakodate*-ongelma. (Smith & Mikami, 1914.)

6.8 Seki Takakazu

Kuukalenterin kolmantena kuukautena vuonna 1642 Fujiokassa Kōzuken provinssissa samurai-luokkaan kuuluneelle Uchiyama Shichibeille syntyi poika. Tämä nuori ihmisolento, perheen toinen poika, päätyi kuitenkin jo varhaisessa iässä toisen ylimystöperheen ottolapseksi, Seki Gorozayemonin huostaan, ja peri samalla uuden isäntäperheensä sukunimen. Näin sai alkunsa japanilaiseen *wasan*-matematiikkaan lähtemättömän jäljen jättäneen ja Japanin Newtoniksikin[8] kutsutun Seki Takakazun, toiselta nimeltään Seki Kōwan (関孝和, kuva 6.18), tarina. (Mikami, 1913; National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914.)

Kuva 6.18: Seki Takakazu.

Lähde: `https://en.wikipedia.org/wiki/File:Seki.jpeg`

6.8.1 Sekiin liittyvät legendat

Seki Takakazu syntyi samana vuonna kuin Galileo Galileo kuoli, aikana jolloin matemaattiset löydökset sekä tieteelliset innovaatiot kukoistivat niin lännessä kuin idässäkin, mikä tarjosi otolliset lähtökohdat Sekin tulevalle akateemiselle uralle. Sekin lapsuudessa hänen lähellään toimineille ihmisille kävi jo varhain selväksi, että Sekillä oli hallussaan poikkeuksellisia lahjakkuuksia. Vasta viiden vanhana Sekin kerrotaan tarkasti kuunnelleen varttuneempien läheistensä matemaattisia keskustelua ja löytäneen niistä virheitä, joita kukaan muu ei ollut tullut huomanneeksi. Hämmästyneinä Sekin kyvyistä ihmiset alkoivat vähitellen kutsua häntä jumalalliseksi lapseksi.

[8] Englantilainen fyysikko ja matemaatikko Isaac Newton eli vuosina 1643–1727, eli Seki oli paitsi Newtonin aikalainen, myös lähes samanikäinen kuin Newton.

Toisessa tarinassa yhdeksän vuoden ikäisenä Sekin kerrotaan huomanneen palvelusväen edustajan opiskelevan Yoshidan kirjoittamaa *Jinkōkia*. Palvelija oli jäänyt jumiin pohtiessaan erästä teoksessa esitettyä ongelmaa, mutta kun Seki saapui paikalle ja tarjoutui auttamaan, oli ongelma tuossa tuokiossa ratkaistu. Kolmannessa tarinassa Seki oli saanut lääninherraltaan tehtäväkseen matkustaa Edosta Kōfuun. Matkan aikana kantotuolissa (神輿 *mikoshi*) istuessaan hän pani tiukasti merkille maankohoumat ja -painaumat ja laati havaintojensa perusteella luonnostelmia aikansa kulukseen. Myöhemmin näiden muistiinpanojensa pohjalta Seki piirsi niin yksityiskohtaisen ja huolellisesti laaditun kartan, että Sekin lääninherra vallan hämmästyi nähtyään Sekin taidonnäytteen. Syvällisesti vaikuttuneena lääninherra luonnehti Sekiä matemaattisesti lahjakkaaksi henkilöksi, joka paitsi matkustaa arvokkaasti kuin kunniakas samurai, kykenee samanaikaisesti myös tekemään ympäristöstään havaintoja kuin ammattitaitoinen maantieteilijä.

Neljännessä tarinassa kerrotaan, kuinka Japanin shogun oli saanut Kiinan keisarilta lahjaksi upean kellon, jossa mekaaninen ihmishahmo kilisti kelloa tunnin vaihtumisen merkiksi. Muutaman vuoden kuluttua kellon jousitus oli kuitenkin päässyt vääntymään niin, ettei kellon soitto-ominaisuus toiminut enää niin kuin ennen. Paikalle kutsuttiin koko saarivaltion ammattitaitoisimmat kellosepät, mutta kukaan heistä ei osannut tehdä kellolle mitään. Kuitenkin, kun Seki kuuli shogunin ongelmasta ja tarjoutui auttamaan, niin eipä aikaakaan, kun shogunin kello oli saatu entiselleen ja jokatuntinen kellonsoitto oli jälleen hänen vuorokausirytmiään tahdittamassa.

Vaikkakaan näiden anekdootinomaisten tarinoiden todenperäisyydestä ei voikaan mennä takuuseen, voitaneen niiden perusteella kuitenkin päätellä, että aikalaistensa silmissä Seki Takakazu oli lahjakas yksilö, jolla oli pitkälle kehittynyttä monialaista osaamista aina matematiikan ulkopuolellakin. Seuraavaksi tutustumme Sekin matemaattisen uran kahteen tärkeimpään saavutukseen, *tenzan jutsu* -nimellä tunnettuun symbolisen manipuloinnin menetelmään sekä determinanttien teoriaa edeltäneeseen *fukudai*-laskentaan (解伏題之法 *kaifukudai no hō*). (Smith & Mikami, 1914.)

6.8.2 *Tenzan jutsu*

Tenzan jutsu (点竄術) on Seki Takakazun kehittämä symbolisen manipuloinnin menetelmä, jonka avulla on mahdollista ratkaista useamman muuttujan yhtälöitä. *Tenzan jutsua* pidetään Sekin matemaattisen uran suurimpana saavutuksena ja samalla yhtenä koko *wasan*-matematiikan merkittävimmistä keksinnöistä. *Tenzan jutsu* oli eräässä mielessä nykyaikaisen matemaattisen algebran japanilainen esiaste. Sekin käyttöön ottama menetelmä perustui puikkolaskennassa laskenta-alustoja hyödyntäviin yhtälönratkaisumenetelmiin[9], joiden kirjallisessa esityksessä puikkoja kuvaavin viivamerkinnöin ilmaistiin tekstissä esiintyneiden lukujen ominaisuuksia ja keskinäisiä suhteita, kuten lukujen etumerkkejä sekä murtolukujen osoittajia ja nimittäjiä. Huomattavimpana erona *tenzan jutsussa* olivat kuitenkin Sekin notaatioissaan käyttämät kiinalaiset *kanji*-merkit, joita hän käytti symboloimaan yhtälöissä esiintyneitä tuntemattomia muuttujia (kuva 6.19).

Seki käytti menetelmästään alunperin nimeä *bōsho hō* (傍書法), mutta myöhemmin yksi Sekin koulua käyneistä oppilaista, Matsunaga Yoshinsuke (松永良弼, v. 1693–1744), alkoi viitata siihen termillä *tenzan jutsu*, joka sittemmin vakiintui menetelmän nimeksi. *Tenzan jutsu* oli yksi Sekin koulun sisällä harjoitetuista ”salaisista opeista”, joiden sisältöä ei paljastettu kuin riittävän pitkälle opinnoissaan edenneille ja ainoastaan soveliaiksi katsotuille yksilöille

[9]Esimerkiksi Kiinassa kehitetty *taivaallisten alkioiden menetelmä* (engl. *celestial element method*).

| 甲	$\vert\, a$	$(+)\ a$
二 | 乙	$2\,\vert\, b$	$(+)\ \frac{b}{2}$
小	c	$-\ c$

Kuva 6.19: Havainnollistus *tenzan jutsu* -menetelmässä käytetyistä matemaattisista merkinnöistä. Vasemmanpuolimmainen sarake edustaa alkuperäistä japanilaista merkitsemiskäytäntöä, keskimmäinen on sen transkriptiivinen länsimaalaistettu esitys ja oikeanpuolimmaisessa sarakkeessa on esitetty merkintöjen tulkinnat. Pystysuuntaiset viivat kuvastavat laskentapuikkoja, joilla ilmaistiin lukujen etumerkkejä ja eroteltiin murtolukujen osoittajat ja nimittäjät toisistaan. (Hosking, 2016, s. 180.)

(Smith & Mikami, 1914, s. 151). Sekin kuoleman jälkeen hänen matemaattiset löydöksensä, mukaan lukien *tenzan jutsu* -menetelmä, alkoivat kuitenkin vähitellen levitä myös hänen johtaman yksityiskoulunsa ulkopuolelle, mihin vaikuttivat paitsi koulua käyneiden oppilaiden Sekin nimissä laatimat kirjalliset julkaisut, joissa käsiteltiin Sekin elämäntyötä, erityisesti japanilaisen matemaatikon Arima Yoriyukin (v. 1714–1783) päämäärätietoinen toiminta, jonka myötä monet Sekin johtamassa yksityiskoulussa harjoitetuista matemaattisista opeista tulivat suuren yleisön tietoisuuteen. (Hosking, 2016; Mikami, 1913; National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914.)

Sekin nerokkaasta keksinnöstään huolimatta *tenzan jutsussa* oli kuitenkin monia rajoitteita, jotka johtivat toisinaan sekaannuksiin tai pahimmillaan jopa väärinymmärryksiin. Esimerkiksi sulkeille, yhtäsuuruusmerkille tai jakolaskulle ei ollut omia merkintätapoja, minkä takia esimerkiksi merkintä $a + b - c$ saattoi tarkoittaa sekä lauseketta $a + b - c$, polynomia $ax^2 + bx - c$ että yhtälöä $ax + b = 0$. Erillisen jakolaskumerkinnän puute puolestaan johti tilanteisiin, joissa tavalliselta lukujen yhteenlaskulta näyttävät toimenpiteet saattoivatkin todellisuudessa ilmaista lukujen jakolaskua. Näiden puutteiden takia *tenzan jutsun* mukaiset matemaattiset lausekkeet olivat usein monitulkintaisia ja kontekstisidonnaisia, minkä takia niiden ymmärtämisen kannalta oli ratkaisevaa, että laskuihin ja niiden välivaiheisiin liitettiin riittävästi erilaisia kuvailuja ja tarkennuksia. (Hosking, 2016.)

Vaikkakin Sekin käyttämien matemaattisten merkintöjen yksityiskohtaisuus ja yksiselitteisyys jättivätkin vielä toivomisen varaa, Sekin näyttämä suunta oli kuitenkin selvästi askel parempaan: hänen edeltäjiensä noudattama käytäntö, jossa matemaattisia tuloksia esitettiin ilman niihin johtaneita päättelyjä, alkoi kehittyä suuntaan, jossa myös välivaiheita kirjattiin ylös, mikä teki tutkijan työssään käyttämän logiikan ymmärtämisestä selvästi helpompaa julkaisuihin (käsikirjoituksiin) tutustuneille lukijoille.

Tämän työn puitteissa emme käsittele *tenzan jutsua* tämän laajemmin. Lisää tietoa *tenzan jutsusta* ja käytännön esimerkkejä menetelmän käytöstä löytyy englannin kielellä mm. Rosalie Hoskingin väitöskirjasta. Työssään Hosking havainnollistaa *tenzan jutsu* -menetelmän käyttöä ratkaisemalla vanhoissa *sangaku*-tauluissa esiintyneitä geometrisia ongelmia Edo-kauden aikaisen japanilaisen matematiikan ratkaisukäytäntöjen mukaisesti, mikä on rajoitteistaan huolimatta varmasti kiinnostavaa luettavaa kenelle tahansa matematiikan historiasta kiinnostuneelle.

6.8.3 Determinantti

Tenzan jutsun ohella toinen merkittävä saavutus Sekin matemaattisella uralla oli determinantin keksiminen tai täsmällisemmin determinantin taustalla olevan logiikan ymmärtäminen. Determinantit liittyvät läheisesti matriisilaskentaan, mutta tässä yhteydessä käsittelemme niitä matriiseista erillisinä. Matriisien ja determinanttien teoria nimittäin kehitettiin vasta 1700–1800-luvulla, mutta tässä käsiteltävä yhtälöryhmän ratkaisumenetelmä perustuu jo 1600-luvulla tehtyihin havaintoihin.

Mitä determinantilla sitten tarkoitetaan matriisilaskennan kontekstista irrotettuna? Determinanttien laskemisessa on kyse menettelystä, jonka avulla n:n muuttujan ja n:n yhtälön lineaarinen yhtälöryhmä voidaan vakioita sopivasti kertomalla ja yhteen laskemalla muuttaa sellaiseen muotoon, mistä tuntemattomien muuttujien arvot on mahdollista ratkaista suoraan. Menetelmän avulla esimerkiksi mielivaltaiselle kahden muuttujan yhtälöparille

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

saadaan johdettua ratkaisut

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{D}$$
$$y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{D}$$

missä luku $D = a_1b_2 - a_2b_1$ on yhtälöparin determinantti. Länsimaissa kunnia determinantin idean (teorian esiasteen) keksimisestä on perinteisesti annettu saksalaiselle matemaatikolle Gottfried Wilhelm Leibnizille (v. 1646–1716), mutta Seki Takakazu oli kuitenkin ehtinyt keksiä vastaavan periaatteen jo Leibnizia aikaisemmin. Varsinainen determinanttien teoria syntyi kuitenkin vasta myöhemmin, sveitsiläisen Gabriel Cramerin ja (v. 1704–1752) ja ranskalaisen Augustin-Louis Cauchyn (v. 1789–1857) tutkimustyön tuloksena. (Muir, 1906; Smith & Mikami, 1914.)

Leibniz havaitsi vuonna 1693, että yhtälöillä

$$10 + 11x + 12y = 0$$
$$20 + 21x + 22y = 0$$
$$30 + 31x + 32y = 0$$

voi olla keskenään samat ratkaisut vain silloin, kun yhtälöiden kertoimista muodostettu lauseke

$$10 \cdot 21 \cdot 32 - 10 \cdot 22 \cdot 31 - 11 \cdot 20 \cdot 32 + 11 \cdot 22 \cdot 30 + 12 \cdot 20 \cdot 31 - 12 \cdot 21 \cdot 30$$

häviää. Annetuilla lukuarvoilla näin käy tietysti aina, mutta kyseessä olikin vain yksittäisesimerkki, jota Leibniz käytti havainnollistaakseen löytämäänsä säännönmukaisuutta ja josta polveutui myöhemmin formaali determinanttien teoria. Leibnizin löytö julkistettiin 1700-luvulla hänen kuolemansa jälkeen.

Sekin menetelmän käyttöönoton ajankohdasta ei ole tarkkaa tietoa, mutta koska hänen koulussaan järjestetyissä tutkinnoissa on Smithin ja Mikamin (1914) mukaan esiintynyt determinantteihin liittyviä kokeita jo vuonna 1683, on menetelmän täytynyt olla kehitetty jo ennen tätä. Esittelemme seuraavaksi Sekin käyttämän determinanttilaskennan periaatteen yleisen idean. Sekin aikakaudella Japanissa yhtälöitä ratkaistiin yleensä niin, että vain muuttujien kertoimet merkittiin näkyviin, mutta yksinkertaisuuden vuoksi Sekin logiikkaa havainnollistaessamme pitäydymme nykyaikaisessa matemaattisessa notaatiossa.

Oletetaan, että meille on annettu ratkaistavaksi yhtälöpari

$$\begin{aligned} a_1x^2 + b_1x + c_1 &= 0 \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 &= 0 \end{aligned}$$

Eliminoimalla yhtälöparista termi x^2 saadaan

$$(a_2b_1 - a_1b_2)x + (a_2c_1 - a_1c_2) = 0.$$

Vastaavasti eliminoimalla yhtälöparista vakiotermit ja jakamalla yhtälö puolittain luvulla $x \neq 0$ saadaan, että

$$(a_1c_2 - a_2c_1)x + (b_1c_2 - b_2c_1) = 0.$$

Näin alkuperäinen toisen asteen yhtälöpari on saatu muutettua kahdeksi ensimmäisen asteen yhtälöksi:

$$\begin{aligned} (a_2b_1 - a_1b_2)x + (a_2c_1 - a_1c_2) &= 0 \\ (a_1c_2 - a_2c_1)x + (b_1c_2 - b_2c_1) &= 0 \end{aligned}$$

Tästä yhtälöryhmien manipulointiin liittyvästä menettelystä käytettiin Japanissa nimitystä *taittelu* (たたむ *tatamu*). Periaatetta yleistäen Seki muutti yleisiä n:nnen asteen yhtälöistä koostuneista n:n yhtälön yhtälöryhmiä muotoon, jossa yhtälöiden lukumäärä säilyi samana, mutta joiden aste oli enää $n - 1$. Korkeamman asteen yhtälöiden kohdalla menettelyä jatkettiin siihen asti, kunnes suurempiasteisista termeistä oli päästy eroon. (Smith & Mikami, 1914.)

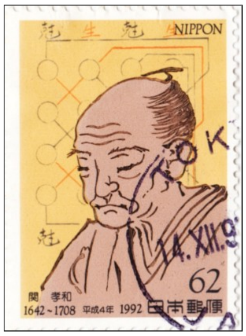
6.8.4 Sekin elämän loppuvaiheet

Samurai-luokan jäsenenä Seki työskenteli hallinnollisissa tehtävässä, Kōshūn lääninherran tilintarkastajana. Kun feodaaliherrasta tuli shogunin perillinen, Sekistä tuli shogunaatin alaisuudessa toimiva samurai, mikä lähensi myös häntä maata johtaneeseen shoguniin, joka mieltyikin Sekiin suuresti tämän poikkeuksellisten kykyjensä ansiosta. Niinpä vuonna 1704, ollessaan 62-vuotias, Seki sai arvokkaaksi vastuutehtäväkseen toimia juhlamenojen ohjaajana shogunin kotitaloudessa. Seki työskenteli shogunin välittömässä alaisuudessa vuoteen 1708 asti, jolloin hän menehtyi 66 vuoden ikäisenä, ilman verisukua olevia perillisiä. Seki haudattiin Tokioon buddhalaiselle hautausmaalle ja hänen hautakiveensä kaiverrettiin Sekin aikalaisten hänestä käyttämä arvokas puhuttelunimi *sansei* (算聖), ”Pyhä Arithmos” (Smith & Mikami, 1914, s. 93).

6.8.5 Sekin merkitys matematiikan historiassa

Sekin kerrotaan jättäneen jälkeensä satoja julkaisemattomia käsikirjoituksia, mutta jos tämä väite pitää paikkaansa, on niistä aikojen saatossa suurin osa päässyt katoamaan. Löydösten julkaisematta jättäminen liittyy paitsi keksintöjen tarkoitukselliseen salaamiseen, osaltaan myös japanilaisille ominaiseen nöyryyteen ja vaatimattomuuteen. Vaikka Seki tiettävästi kantoikin suurta ylpeyttä erityisesti *tenzan jutsu* -menetelmänsä kehittämisestä, oli selvää, ettei *bushidōn* (luku 4.8.1) elämänohjeekseen ottaneen kunniakkaan samurain ollut soveliasta sortua rahvaanomaiseen pröystäilyyn. (Smith ja Mikami, s. 95, 103.)

Käsikirjoitusten häviämisestä huolimatta vielä Meiji-restauraation jälkeenkin, kun länsimainen matematiikka valloitti Japanin, Seki Takakazua pidettiin ”koko japanilaisen matematiikan historian suurimpana sankarina” – niin paljon hänen ajateltiin vaikuttaneen japanilaisen matematiikan kehitykseen. Sekin kunniaksi pystytettiin häntä esittävä pronssipatsas ja edelleen vuonna 1992 Japanissa julkaistiin Seki Takakazua esittävä muistopostimerkki (kuva 6.20), kunnianosoituksena hänen elämäntyöstään japanilaisen matematiikan edistäjänä.



Kuva 6.20: Seki Takakazua esittävä muistopostimerkki vuodelta 1992.

Lähde: https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%95%E3%82%A1%E3%82%A4%E3%83%AB:Seki_Takakazu.jpg

Ansaitsemansa kunnioituksen ja tunnustuksen lisäksi Seki on kuitenkin saanut myös arvostelua osakseen. Smith ja Mikami (s. 127) luonnehtivat Sekiä suureksi matemaatikoksi ja taitavaksi opettajaksi mutta samalla toteavat, että Sekin matemaattinen ura jätti vielä toivomisen varaa: ”*It must be confessed that aside from his anticipation of determinants the result is disappointing. – – That he was a wonderful teacher there can be no doubt; that he did a great deal to awaken Japan to realize her power in learning no one will question; that he was ingenious in improving mathematical devices is evident in everything he attempted; but that he was a great mathematician, the discoverer of any epoch-making theory, a genius of the highest order, there is not the slightest evidence.*”

Yleisellä tasolla *wasan*-matematiikasta voitaneen sanoa, että sillä on ollut suurin vaikutus erityisesti japanilaisille itselleen. Jos kansallisen tason sijaan tarkastellaan Edo-kauden aikaisten japanilaisten matemaatikkojen saavutuksia suuremmassa mittakaavassa, on *wasan*-matematiikalla kuitenkin ollut, valitettavaa kyllä, varsin olematon merkitys kansainvälisellä matematiikan tutkimuksen kentällä. Vaikka Meiji-restauraation yhteydessä länsimaisten oppien (mukaan lukien matematiikan) omaksumiseen vaikuttivatkin merkittävästi länsimaiden päämäärätietoinen toiminta ja aggressiivinen painostus, oli kuitenkin japanilaisillekin selvä tosiasia, että länsimainen matematiikka oli evoluutionsa aika kehittynyt parempaan suuntaan ja mennyt jo monessa suhteessa japanilaisen matematiikan ohi. Länsimainen matematiikka oli teoreettisesti vakaammalla pohjalla ja se nivoutui tiukemmin muihin luonnontieteisiin, toisin kuin *wasan*-matematiikka, joka oli toiminut muista tieteenaloista hyvinkin erillisesti. Lisäksi länsimaisen matematiikan merkitsemiskäytännöt olivat yksiselitteisempiä, mikä oli matematiikan kaltaiselle eksaktille tieteelle mitä keskeisin piirre. Näiden mietteiden ja huomioiden ohjastamana japanilaiset päättivät käytännössä hylätä oman kansallisen matematiikan suuntauksensa ja siirtyä länsimaiden näyttämälle tielle. Vaikka erityisesti alkuvaiheessa Japanissa länsimaisella matematiikalla oli myös vastustajia, oli tehty siirtymä tämän päivän näkökulmasta käsin tarkasteltuna oikea.

6.9 Luvun π approksimointi

Yoshida Mitsuyoshin vuonna 1628 kirjoittamassa matematiikan oppikirjassa *Jinkōki* Yoshida antoi likiarvoja eräille tunnetuille irrationaaliluvuille. Yksi näistä liittyi havaintoon, että kaikissa mahdollisissa kuviteltavissa olevissa ympyröissä ympyrän kehän ja halkaisijan suhde on aina vakio. Kyseiselle suhdeluvulle, jota on nykyaikaisen vakiintuneen käytännön mukaisesti tapana merkitä kreikkalaisella kirjaimella π, Yoshida antoi arvon 3,16. Luvun perustana oli arvatenkin Kiinassa paljon käytetyn approksimaation,

$$\pi \approx \sqrt{10} = 3{,}16227760...$$

kaksi ensimmäistä desimaalia. Likiarvon alkuperäinen käyttöönottaja oli kuitenkin intialainen matematiikko nimeltä Brahmagupta (v. 598–668), joka tutki elämänsä aikana innokkaasti ympyrän sisälle piirrettyjä nelikulmioita.[10] Wilsonin (2000) mukaan Brahmagupta laski (oletettavasti puolikassäteisen) ympyrän sisälle piirrettyjen 12-, 24-, 48- ja 96-sivuisten monikulmioiden piirejä ja saatuaan näistä tulokseksi $\sqrt{9{,}65}$, $\sqrt{9{,}81}$, $\sqrt{9{,}86}$ ja $\sqrt{9{,}87}$[11] hän teki rohkean arvauksen, että monikulmioiden sivujen lisääntyessä niiden piirit lähestyisivät lukua $\sqrt{10}$, joka olisi siis myös itse ympyrän piiri. Tämän olettamuksensa perusteella Brahmagupta päätteli, että luvun π tarkka arvo olisi $\sqrt{10}$. (Plofker, 2009.)

Vaikka Brahmaguptan löytämä likiarvo oli uusi, hänen käyttämä monikulmiomenetelmä oli kuitenkin tunnettu jo vuosisatoja aikaisemmin. Perinteisesti ympyrän piiriä oli approksimoitu piirtämällä ympyrän sisälle säännöllisiä monikulmioita ja mittaamalla jokaisessa vaiheessa erikseen niiden piirit, mutta Arkhimedes Syrakusalainen (v. 287–212 eKr.), antiikin Kreikan yksi suurimmista tieteilijöistä, keksi aikakaudelleen ennennäkemättömän tavan helpottaa tätä prosessia. Arkhimides määritti ympyrää koskevien tutkimustensa osana luvulle π likiarvon $\frac{22}{7}$ tarkastelemalla sekä ympyrän sisä- että ulkopuolelle piirrettyjen monikulmioiden piirejä, mutta sen sijaan, että hän olisi mitannut ympärysmittoja erikseen, Arkhimedes kehitti numeerisen menetelmän, jonka avulla oli mahdollista määrittää $2n$-sivuisen monikulmion piiri, kun n-sivuisen monikulmion piiri tunnetaan. Arkhimedes lähti liikkeelle säännöllisestä kuusikulmiosta ja löydettyään tavan kaksinkertaistaa käyttämiensä monikulmioiden sivujen määrän, hän päätyi sivujen määrää neljä kertaa kasvatettuaan lopulta kahteen 96-sivuiseen monikulmioon. Näiden kahden monikulmion piirien avulla hän määritti luvun π arvoksi

$$\frac{223}{71} \leq \pi \leq \frac{22}{7},$$

jonka ylärajasta $\frac{22}{7}$ $(= 3{,}14285714...)$ tuli luvulle π pitkään käytetty likiarvo. (Lindsey, 1997; *Pi*, 2018.)

Kiinalainen matematiikko ja tähtitieteilijä Zu Chongzhi (祖沖之, v. 429–500) puolestaan approksimoi ympyrän kehän pituutta käyttämällä 24 576 -sivuista monikulmiota, mikä oli hänen aikakautensa huomioon ottaen vähintäänkin hatunnoston arvoinen saavutus. Zu kirjasi välituloksia ylös vierelleen asettamiensa laskentapuikkojen (luku 6.3) avulla ja sai lopulta johdettua luvulle π estimaatin

$$\frac{355}{113} \leq \pi \leq \frac{22}{7}.$$

[10]Brahmaguptan kaavana tunnettun matemaattisen tuloksen avulla voidaan laskea mielivaltaisen ympyrän sisälle piirretyn jännenelikulmion pinta-ala, kun nelikulmion sivujen pituudet tunnetaan. Jos monikulmion sivujen pituudet ovat a, b, c ja d, niin nelikulmion pinta-ala on $K = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$, missä $s = \frac{a+b+c+d}{2}$ on nelikulmion piirin puolikas. Koska kolmio voidaan tulkita nelikulmiona, jonka yhden sivun pituus on nolla, niin antamalla $d \to 0$ saadaan kolmion pinta-alalle Heronin kaavana tunnettu tulos $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, kun $s = \frac{a+b+c}{2}$. Heronin kaava on siten Brahmaguptan kaavan erikoistapaus. (Maley, Robbins, & Roskies, 2005.)

[11]Lukuarvot ovat oikein kahden desimaalin tarkkuudella.

Näistä vain alaraja $\frac{355}{113}$ (= 3,14159292...) oli aidosti uusi luvulle π saatu likiarvo, yläraja $\frac{22}{7}$ kun oli antiikin Kreikassa löydetty jo vuosisatoja aikaisemmin. Luku $\frac{355}{113}$ oli kuitenkin merkittävä löydös, sillä se vastasi luvun π todellista arvoa jopa ensimmäisen kuuden desimaalin tarkkuudella. (Volkov, 2017.) Zun ansiosta Kiinalla olikin hallussaan tarkin luvulle π löydetty likiarvo peräti tuhannen vuoden ajan, aina vuoteen 1585 asti, kunnes hollantilainen matemaatikko Adrian Anthoniszoon löysi saman luvun itse omalla menettelyllään (Ben-Menahem, 2009, s. 841). Nykyisin tiedetään, että $\frac{355}{113}$ on luvun π paras rationaaliapproksimaatio, jonka nimittäjässä oleva luku on korkeintaan nelinumeroinen (Turner, 2018). Approksimaation tarkkuus perustuu siihen, että luvun π ketjumurtolukuesityksessä $[3; 7, 15, 1, 292, 1, 1, 1, \ldots]$ eli luvussa

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ddots}}}}}}}$$

termi 292 on poikkeuksellisen suuri suhteessa muihin esityksessä esiintyviin termeihin (Weisstein, 1999, s. 1355–1356); ketjumurtolukuesityksen määräämässä suppenevien murtolukujen jonossa neljäs termi eli luku $\frac{355}{113} = [3; 7, 15, 1]$ sijoittuu juuri siihen vaiheeseen, kun "merkittävin suppeneminen on ehtinyt jo tapahtua".

Aina 1600-luvulle saakka japanilaiset käyttivät luvulle π ulkomailta saamiaan likiarvoja. Japanilaisten omat likiarvot eivät joko olleet yhtä hyviä kuin jo tunnetut approksimaatiot tai menetelmien tuloksena löydettiin vain uudestaan samoja arvoja. Tilanne kuitenkin muuttui *wasan*-matemaatikko Takebe Katahiron (建部賢弘, toiselta nimeltään Takebe Kenkō, v. 1664–1739) hedelmällisen matemaattisen uran myötä. National Diet Libraryn (2011) mukaan Takeben luvulle π^2 johtama lauseke,

$$\pi^2 = 9\left[1 + \frac{1^2}{3 \cdot 4} + \frac{1^2 \cdot 2^2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} + \cdots\right],$$

joka voidaan (allekirjoittaneen päättelyn perusteella) kirjoittaa sarjaesityksenä muodossa

$$\pi^2 = 9\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n!)^2}{(2n+2)!}\right], \tag{6.25}$$

oli ensimmäinen *wasan*-matematiikassa luvulle π muodostettu lauseke. Takeben kerrotaan määrittäneen kaavansa avulla luvun π arvoja aina 41 desimaaliin asti. Takeben käyttämä menetelmä perustui monikulmioapproksimaatioihin ja ns. Richardsonin ekstrapolaatioon (ks. Richardson, 1911). Englantilainen matemaatikko Lewis Fry Richardson (v. 1881–1953), jonka mukaan kyseinen numeerisen analyysin menetelmä sai nimensä, syntyi kuitenkin vasta n. 150 vuotta Takeben kuolemaa myöhemmin. (National Diet Library, 2011; Smith & Mikami, 1914.)

Myöhemmin vuonna 1728 kirjoittamassaan teoksessa *Enri hakki* Ōyama Shōkei antoi kaaren neliölle lausekkeen, joka nykyaikaisin matemaattisin notaatioin voitaisiin kirjoittaa muodossa

$$a^2 = 4dh \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!} \left(\frac{h}{d} \right)^n \right]. \tag{6.26}$$

Käytännössä Ōyaman kaava oli siis olennaisesti sama kuin Takeben aiemmin keksimä. Kaavan avulla Ōyama muodosti luvulle π^2 lausekkeen kahdella eri tavalla. Ensimmäisessä tavassa Ōyama sijoitti johtamaansa kaavaan $h = \frac{d}{2}$ (jolloin $a = \frac{\pi}{2}d$) ja kertoi saamansa vastauksen (luvun $\frac{\pi^2}{4}$) luvulla 4, saaden[12]

$$\pi^2 = 8 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!} \left(\frac{1}{2} \right)^n \right], \tag{6.27}$$

johon palaamme tuota pikaa. Toisessa menettelytavassaan, joka siis johti samaan lopputulokseen, Ōyama sijoitti kaavaan $h = d$ (jolloin $a = \pi d$) ja sai luvulle π^2 esityksen

$$\begin{aligned} \pi^2 &= 4 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!} \right] \\ &= 4 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \cdots \right]. \end{aligned}$$

Wasan-matematiikko Yamaji Nushizumi (山路主住, v. 1704–1772), Sekin koulun kolmas johtaja, puolestaan laski

$$\begin{aligned} \pi^2 &= 8 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^3 + \cdots \right] \qquad (6.28) \\ &= 8 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \cdots \right], \end{aligned}$$

joka voidaan kirjoittaa sarjaesityksenä kompaktisti muodossa

$$\pi^2 = 8 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!} \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]. \tag{6.29}$$

Perustellaan tämä huolellisesti. Sarjan (6.28) termeissä esiintyy murtolukuja, joiden osoittajassa kerrotaan keskenään peräkkäisiä parillisia lukuja ja nimittäjässä peräkkäisiä parittomia lukuja. Koska parillisten lukujen tulo $2 \cdot 4 \cdots 2(n-1) \cdot 2n$ on

$$\begin{aligned} 2^n \cdot n! &= 2^n \cdot (n \cdot (n-1)! \cdot (n-2)! \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1) \qquad (6.30) \\ &= 2n \cdot 2(n-1) \cdot 2(n-2) \cdots 6 \cdot 4 \cdot 2, \end{aligned}$$

niin parittoman luvun $2n+1$ kertomasta

$$(2n+1)! = (2n+1) \cdot 2n \cdot (2n-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 \tag{6.31}$$

saadaan muodostettua parittomien lukujen tulo $1 \cdot 3 \cdots (2n-1) \cdot (2n+1)$ jakamalla luku

[12] Smithin ja Mikamin (1914) tekstistä ei käy ilmi, millaisen lausekkeen Ōyama sai johdettua luvulle π^2 ensimmäisellä menettelytavallaan; kyseessä on allekirjoittaneen annetun kuvauksen perusteella rakentama päättely.

$(2n+1)!$ parillisten lukujen tulolla (6.30), jolloin yhtälöstä (6.31) eliminoituvat parilliset termit pois. Toisin sanoen, parittomien lukujen tulo on

$$\frac{(2n+1)!}{2^n \cdot n!} = (2n+1)\cdot(2n-1)\cdot(2n-3)\cdots 5\cdot 3\cdot 1.$$

Siten, koska sarjan yhteenlaskettavissa termeissä parillisten lukujen tulo on osoittajassa ja parittomien lukujen tulo nimittäjässä, sarjan yleinen termi on muotoa

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n+1}\frac{2^n\cdot n!}{\frac{(2n+1)!}{2^n\cdot n!}}\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \frac{1}{n+1}\frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!}\left(\frac{1}{2}\right)^n, \end{aligned}$$

kuten edellä yhtälössä (6.29) todettiin.

Erinäköisestä esitysasustaan huolimatta yhtälöt (6.27) ja (6.29) kuvaavat itse asiassa samaa sarjaa. Yhtälön (6.29) yleinen termi voidaan nimittäin kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n+1}\frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!}\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \frac{1}{n+1}\frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!}\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot\frac{2(n+1)}{2n+2} \\ &= \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!}\left(\frac{1}{2}\right)^n, \end{aligned}$$

joka on siis yhtälön (6.27) yleinen termi. Näin arvatenkin myös Smithin ja Mikamin teoksessaan antamat yleiset sarjaesitykset on muodostettu.

Takeben kaava (6.25) ja Ōyaman kaava (6.27) eroavat niin ikään toisistaan lähinnä sen suhteen, minkä luvun päälle suppenevan sarjan termejä lasketaan. Käyttämällä symbolista laskentaohjelmistoa Takeben lausekkeen (6.25) tarkaksi arvoksi saadaan

$$9\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n!)^2}{(2n+2)!}\right] = 9\left[1+\frac{1}{9}(\pi^2-9)\right]$$

ja vastaavasti Ōyaman lausekkeen (6.27) tarkaksi arvoksi saadaan

$$8\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!}\right] = 8\left[1+\frac{1}{8}(\pi^2-8)\right].$$

Tulosten perusteella on helppo vakuuttua siitä, että lausekkeet suppenevat kohti samaa lukuarvoa (vaikka emme tietenkään varsinaisesti todistaneet mitään). Takeben kaavalla (6.25) on kuitenkin se etu, että se suppenee Ōyaman kaavaa nopeammin kohti luvun π^2 tarkkaa arvoa – laskettaessa approksimaatioita käsin Takeben kaavalla on siis mahdollista saada pienemmällä määrällä laskuja tarkempia tuloksia.

6.10 *Enri* – ympyräperiaate

Takebe käytti matemaattisella urallaan huomattavasti aikaa pohtiessaan ympyrän numeerista neliöimistä eli sitä, miten ympyrä voitaisiin muuntaa neliöksi siten, että kuvion pinta-ala ei prosessin aikana muuttuisi. Tässä yhteydessä termi *ympyrän neliöiminen* ei viittaa eksaktien arvojen varaan rakentuviin harppi-viivain-konstruktioihin, vaan numeerisiin menetelmiin, joiden tavoitteena on annetun ympyrän pohjalta muodostaa sellainen neliö, jonka pinta-ala on mahdollisimman lähellä annetun ympyrän pinta-alaa.

6.10.1 Takeben neliöintimenetelmä

Ympyrän neliöimistä koskevassa menettelyssään Takebe lähti liikkeelle ympyrästä, jonka halkaisija on 10. Takebe laski, että korkeudella 0,000001 olevan kaaren puolikkaan neliö on

$$0{,}000000000033333335111112253969066667282347769479595875\ldots, \tag{6.32}$$

mutta laskujen yksityiskohdat ovat jääneet pimentoon. Takebe laski edelleen, että korkeuksilla 1, 0,1 ja 0,00001 kaarenpuolikkaiden neliöt ovat likimain 10, 1 ja 0,0001, minkä perusteella on syytä uskoa, että luvut on saatu kertomalla kunkin kaaren korkeus ympyrän halkaisijalla. Näiden tietojen perusteella Takebe otti tulon dh ensimmäiseksi kaarenpuolikkaan neliön $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ approksimaatioksi. Vertaamalla approksimaatiotaan tuntemaansa tarkkaan arvoon Takebe laski, että tarkan arvon ja hänen määrittämänsä likiarvon välinen poikkeama oli $D_1 = \frac{1}{3}h^2$. Vastaavalla tavalla hän laski toisen approksimaationsa virheeksi $D_2 = \frac{h}{d} \cdot \frac{8}{15} \cdot D_1$. Jatkaen samaa menettelyä seuraavillekin approksimaatioille hän sai johdettua kaarenpuolikkaan neliölle kaavan

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}a^2 &= dh + D_1 + D_2 + D_3 + \cdots \\ &= dh + \frac{1}{3}h^2 + \frac{h}{d} \cdot \frac{8}{15} \cdot D_1 + \frac{h}{d} \cdot \frac{9}{14} \cdot D_2 + \frac{h}{d} \cdot \frac{32}{45} \cdot D_3 \\ &\quad + \frac{h}{d} \cdot \frac{25}{33} \cdot D_4 + \frac{h}{d} \cdot \frac{72}{91} \cdot D_5 + \cdots, \end{aligned}$$

joka voidaan kirjoittaa sarjaesityksenä ytimekkäästi muodossa

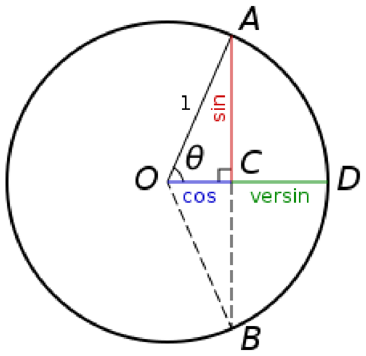
$$\frac{1}{4}a^2 = dh \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!} \left(\frac{h}{d}\right)^n \right]. \tag{6.33}$$

Yhtälössä (6.33) oleva sarja ilmaisee (Smithin ja Mikamin (s. 148) mukaan) funktion $\arcsin x$ neliön funktion $\operatorname{versin} x = 1 - \cos x$ eli versaalisinin avulla. Kuva 6.21 havainnollistaa versaalisinin määritelmää.

Takeben johtama kaava oli ensimmäinen *wasan*-matematiikan historiassa esiintynyt potenssisarja. Hän julkaisi tuloksensa vuonna 1722 kirjoittamassaan kirjassa *Fukyū tetsujutsu* (不休綴術). 15 vuotta myöhemmin myös sveitsiläinen matemaatikko Leonhard Euler johti funktion $\arcsin^2 x$ potenssisarjaesityksen omalla menettelyllään. (Smith & Mikami, 1914; Takenouchi, 2004.)

Fukyū tetsujutsu ei jäänyt Takeben ainoaksi lähestymistavaksi häntä kiehtoneeseen ympyrän neliöintiongelmaan, vaan myöhemmin toisessa työssään hän keksi myös vaihtoehtoisen menettelyn. Menetelmän lähtökohtana on ympyrä, jolle on piirretty segmentti. Ympyrän segmentissä olevalle puolikaarelle piirretään kaksi jännettä, minkä jälkeen kaaria toistuvasti puolitetaan ja kussakin vaiheessa kullekin puolikaarelle piirretään aina kaksi jännettä samaan tapaan kuin alussa. Tällöin, jos kaaren puolikkaan korkeus on x, niin

$$-dh + 4dx - 4x^2 = 0,$$



KUVA 6.21: Kulmaan θ liittyvät sini, kosini ja versaalisini origokeskisessä yksikköympyrässä. Versaalisini kuvaa kaaren ADB korkeutta eli $CD = \text{versin}\,\theta = 1 - \cos\theta$. Kuva havainnollistaa samalla sitä, minkä takia versaalisiniin viitattiin taannoin latinan kielen nuolta tarkoittavalla sanalla *sagitta*. Nimittäin jos kulmaa 2θ vastaavaa kaarta ADB ajatellaan jousena ja jännettä AB jousen poikki viritettynä lankana, niin versaalisini CD kuvaa jouseen asetetun nuolen vartta. (J. Wilson, 2013.)

Lähde:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Versine.svg

missä d on ympyrän halkaisija ja h on annetun kaaren korkeus. Yhtälön ratkaisemiseksi Takebe manipuloi yhtälöä siten, että hän sai muodostettua luvulle x sarjaesityksen, jonka avulla hän edelleen johti yleisen lausekkeen ympyrän kaaren neliölle,

$$\begin{aligned}\frac{a^2}{4} &= dh\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^2 \cdot 4^2 \cdots (2n)^2}{3 \cdot 4 \cdots (2n+1) \cdot (2n+2)} \left(\frac{h}{d}\right)^n\right] \\ &= dh\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{(2n+2)!} \left(\frac{h}{d}\right)^n\right],\end{aligned}$$

mikä on sama kuin vuonna 1722 Takeben *Fukyū tetsujutsu* -teoksessaan esittämä tulos, eli edellä esitetty kaava (6.25). Tämän kaavan johtamisessa käytetty matemaattisten päättelyjen ketju nivoutui *wasan*-matematiikassa kehitettyyn teoriaan, joka tunnettiin nimellä *enri* (円理) eli ympyräperiaate. (Smith & Mikami, 1914.) Ympyräperiaate oli siis yleistermi, jolla viitattiin ympyröiden kehän ja kaaren pituuksien laskemisessa käytettyihin analyyttisiin menetelmiin (Ogawa, 2001). Sugano (2017) (s. 3) puolestaan rinnastaa ympyräperiaatteen määrättyjen integraalien sovelluksiin käyrien rajoittamien pinta-alojen laskemisessa.

Ympyräperiaatteen tarkka sisältö on kuitenkin jäänyt siihen perehtyneille tutkijoille jokseenkin hämärän peittoon; esimerkiksi aiheelle kirjassaan kokonaisen luvun omistaneet Smith ja Mikami sivuuttavat ympyräperiaatteen tarkemman muotoilun toteamalla, että teoria on ”aivan liian pitkä esitettäväksi kokonaisuudessaan” ja että sen sisältö on ”parhaimmillaankin epämääräinen”. Uskottavimman selityksen mukaan Takebe olisi ottanut eurooppalaisten oppineiden (mm. ranskalaisen Pierre Jartoux'n[13]) keksimät sarjat, jotka olivat levinneet myös Japaniin, työnsä pohjaksi ja soveltanut niitä omissa tutkimuksissaan parhaimman ymmärryksensä valossa (emt., s. 150–155).

[13] Pierre Jartoux (v. 1670–1720) oli alunperin ranskalaissyntyinen mutta sittemmin Kiinaan muuttanut jesuiittajärjestön lähetyssaarnaaja. Jartoux muutti Kiinaan vuonna 1701 aloittaakseen työt Pekingissä paikallisen kalenteritoimiston palveluksessa. Hänellä oli osaamista paitsi teoreettisessa matematiikassa, myös kellojen ja muiden mekaanisten laitteiden käsittelyssä. (Witek, 2014.)

6.10.2 Ympyräperiaatteen keksijä

Historiallisesti ympyräperiaate on perinteisesti mielletty Sekin aikaansaannokseksi, Edo-kauden aikaisessa Japanissa ympyrän numeerisia mittausmenetelmiä käsitelleistä paristakymmenestä teoksesta yhdessäkään ei ole viitteitä siitä, että ne olisivat olleet Sekin kirjoittamia. Tarinan mukaan näiden 20 teoksen lisäksi oli olemassa vielä kolme muutakin kirjaa, jotka uskomuksen mukaan kätkivät sisälleen suurelta yleisöltä vaietun tiedon Sekin ympyräperiaatteeseen liittyvistä tutkimuksista, mutta koska näitä teoksia ei ole säilynyt, ei väitettä voida pitää kuin urbaanina legendana. (Smith & Mikami, 1914, s. 143–144.)

Takeben mukaan Sekillä olisi elämänsä aikana ollut tapana sanoa, että ympyrään liittyvät laskutoimitukset olivat niin hankalia, ettei ympyrän mittoja laskemiseksi olisi olemassa mitään yleistä lähestymistapaa. Takebe jatkoi opettajansa kuvailua toteamalla, että Seki pyrki välttämään monimutkaisia matemaattisia teorioita, toisin kuin Takebe itse, joka käytti paljonkin vaivaa ympyrään ja trigonometriaan liittyvissä tutkimuksissaan. Toisaalta vuonna 1722 kirjoittamassaan teoksessa Takebe erikseen ilmoitti, että teoksessa käsitelty matemaattinen analyysi ei ole perua Sekin ajatuksista. Tämän puolesta puhuu myös luvun π likiarvon määrittämiseen käytetty lähestymistapa. Takeben teoksessaan esittämä menetelmä perustuu ympyrän kehän neliön approksimointiin ympyrän sisälle piirrettyn säännöllisten monikulmioiden piirien neliöiden avulla. Luvulle π^2 laskettu likiarvo on 512-sivuisen säännöllisen monikulmioiden piirin neliö,

$$\pi^2 \approx 9{,}86960440108935861883449019987 47.$$

Omissa lukua π koskevissa arvioinneissaan Seki laski kuitenkin suoraan monikulmioiden piirejä eikä niiden neliöitä. Takebe kertoo laskeneensa Sekin kuvaamalla menettelyllä luvulle π approksimaation 1024-sivuisen säännöllisen monikulmion piirin avulla ja saaneensa tulokseksi

$$\pi \approx 3{,}14159265358979323843264338327950288419712.$$

Takeben ja Sekin välillä ei tiettävästi ollut sen suurempaa kilpailija-asetelmaa, joka olisi saattanut johtaa Takeben lausuntojen värittymiseen; Takeben kerrotaan itse asiassa olleen Sekin suosikkioppilas (Smith ja Mikami, s. 146), joten on vahvasti perusteltua olettaa, ettei Takebella ollut aihetta mustamaalata opettajaansa ja että nämä luonnehdinnat ovat siten olleet rehellisiä ja paikkansapitäviä. Tämän päivän tutkimuksen valossa uskottavimpana selityksenä onkin, että ympyräperiaate oli nimenomaan Takeben pitkällistä ponnistelua ja suurta vaivannäköä vaatineen työn tulos, eikä *wasan*-matematiikan ikoniksi mielletyn Seki Takakazun.

6.10.3 Ympyräperiaatteen merkitys

Vaikka ympyräperiaatteen taustalla ollut logiikka ei arvatenkaan ollut kaikille täysin selvä, teorian kuitenkin havaittiin toimivan riittävällä tarkkuudella erilaisissa käytännön sovelluksissa, mikä oli sen tärkein ominaisuus. Takebe saikin ympyräperiaatteen keksimisestä aikanaan paljon kunniaa ja ylistystä. Nakane Genkei, Takaben oppilas, kuvaili kirjassaan opettajaansa seuraavasti: ”*The most difficult problem having to do with numbers is the quadrature of the circle. On this account it is that we have the various results of the different mathematicians... It is now a century since the dawn of learning in our country, and during this period divers discoveries* *have been made. Of these the most remarkable one is that of Takebe of Yedo*[14]*. For several decades he has pursued his studies with such zeal that oftimes he has forgotten his need of food and sleep. In the spring of 1722 he was at last rewarded by brilliant success, for then it was that he came upon the long-sought formula for the circle."* (Smith & Mikami, 1914, s. 153.)

Myös Hachiya Kojūrō Teishō (mahdollisesti sama henkilö kuin Ōyama Shōkei) ihailee teoksessaan Takebea ja hänen saavutuksiaan, kuvaillen ympyräperiaatetta yhdeksi maailmanhistorian suurimmista löydöksistä: *"The circle principle is a perfect method, never before known in ancient or in modern times. It is a method that is eternal and unchangeable... It is the true method, constructed first by the genius Takebe Kenkō, and before him anticipated neither in Japan nor in China. It is so wonderful that Takebe should have made such a valuable discovery that it is only natural to look upon him as divine."* (Smith & Mikami, 1914, s. 153.)

Tänä päivänä saatavilla olevien tietojen valossa voidaan siis sanoa, että ympyräperiaate oli mielenkiintoinen, kekseliäs ja toimivaksi osoittautunut menetelmä, jonka avulla japanilaiset kykenivät ratkaisemaan ympyrään liittyviä matemattisia ongelmia, mutta jonka teoreettinen perusta on menetelmän johtamisessa käytettyjen tietojen puutteen takia osin hataralla pohjalla. Tästä syystä teorian arvosta on kiistelty, myös japanilaisten keskuudessa (Smith ja Mikami, s. 92), ja lopputuloksena on ollut se, että lännen eksaktit tutkimukset ovat ajaneet puhtaassa matematiikan teoriassa insinöörilogiikkaan perustuneen ympyräperiaatteen ohitse.

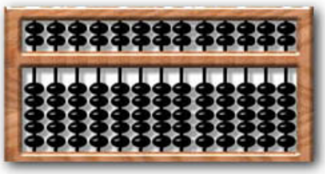
6.11 *Soroban* – japanilainen helmitaulu

Soroban eli japanilainen helmitaulu (kuva 6.22b) on ollut historiallisesti tärkeässä roolissa paitsi matematiikan alkeisopetuksessa, myös kauppiaiden ja muiden ammatinharjoittajien päivittäisessä elämässä. Tokion keisarillisessa yliopistossa työskennellyt englantilainen professori ja japanologi Basil Hall Chamberlain kuvasi *sorobanin* tärkeyttä vuosisadan takaisille japanilaisille seuraavasti: *"In Japan it [the abacus] is used, not only by children, but by adults, who still mostly prefer it to our method of figuring with pen and paper. As for mental arithmetic, that does not exist in this archipelago. Tell any ordinary Japanese to add 5 and 7: he will flounder hopelessly, unless his familiar friend, the abacus, is at hand."* (Chamberlain, 1905, s. 11.)

Sorobanilla voidaan suorittaa mitä tahansa perusaritmetiikkaa ja sillä on mahdollista laskea myös lukujen neliö- ja kuutiojuuria. *Soroban* olikin monessa suhteessa edistyksellisempi apuväline kuin aiemmin käytössä olleet laskentapuikot: helmitaululla laskutoimitusten suorittaminen oli nopeaa ja helmitaulua pystyi pitelemään käsissä laskennan aikana; laskentapuikkojen käyttö sitä vastoin edellytti, että saatavilla olisi tarkoitukseen sopiva alusta tai taso, johon puikot voisi laskennan ajaksi levittää. Näistä syistä johtuen helmitaulusta tuli nopeasti tavallisen kansan keskuudessa laskennan apuvälineiden *de facto*, ja laskentapuikkoja käyttivät vastedes käytännössä vain korkeasti kouluttautuneet samurait, joille sosiaalinen erottuvuus ja laskentapuikkojen yhtälönratkaisuun liittyvät sovellukset olivat laskennan nopeutta tärkeämpiä asioita.

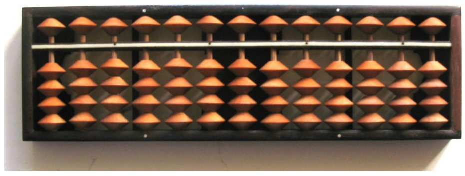
Sorobanin perustana oli muinainen kiinalainen helmitaulu *suanpan* (算盤, kuva 6.22a), joka kulkeutui Japaniin 1300-luvulla (Gullberg, 1997, s. 169), mitä todennäköisimmin Kiinan ja Japanin välillä matkustaneiden kauppiaiden välityksellä. Tarkkasilmäinen saattaa kuvan perusteella jo ensivilkaisulla huomata, että alkuperäisessä kiinalaisessa *suanpanissa* oli $5 + 2$

[14] Edon vaihtoehtoinen romanisaatio.



(A) *Suanpan*.

Lähde:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Suanpan.jpg



(B) *Soroban*.

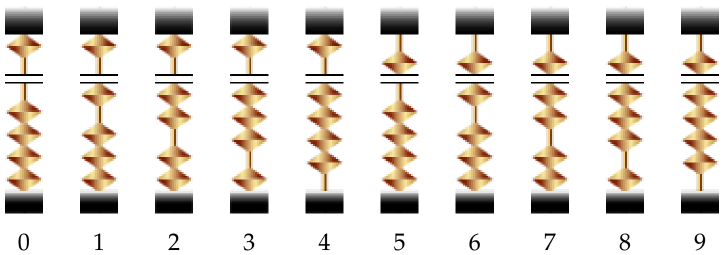
Lähde:
http://www.dentaku-museum.com/hc/computer/abacus/maruya-s/b-1.jpg

KUVA 6.22: Kiinalainen *suanpan*-helmitaulu ja japanilainen *soroban*-helmitaulu.

helmeä, kun taas japanilaisten jatkokehittämässä *sorobanissa* oli vain $4 + 1$ helmeä. Kuten tulemme huomaamaan, japanilaisen *sorobanin* viisi helmeä riittivät mainiosti kaikkien kymmenjärjestelmän lukujen esittämiseen, joten miksi *suanpanissa* on näennäisesti kaksi ylimääräistä helmeä mukana? Jätetään tämä hämmentävä ja epäloogiselta vaikuttava rakenteellinen ero hetkeksi hautumaan ja tutustutaan tässä välissä siihen, miten japanilaista *sorobania* käytettiin numeroiden esittämiseen.

6.11.1 Numeroiden esittäminen *sorobanin* avulla

Japanilaisessa *sorobanissa* on kiinalaisen *suanpanin* tavoin kaksi tasoa, jotka jakavat kussakin sarakkeessa olevat helmet kahteen erilliseen osaan. *Sorobanin* alemmalla tasolla olevaa neljää helmeä kutsutaan *maahelmiksi* (下 *shimo*) ja ylemmällä tasolla olevaa yksittäistä helmeä *taivashelmeksi* (上 *kami*). Alemmalla tasolla olevat neljä helmeä edustavat kukin yhtä yksikköä ja yläosassa olevat yksittäiset helmet edustavat kukin viittä yksikköä. Helmet ovat ON-tilassa silloin, kun ne koskettavat maa- ja taivasosan välissä olevaa vaakasuuntaista erotinta ja muutoin ne ovat OFF-tilassa. Tällä periaatteella kaikki luvut väliltä 0–9 voidaan esittää yksikäsitteisesti yhdellä helmitaulun sarakkeella (kuva 6.23). Lisäksi jokainen helmitaulun pystysarake on arvoltaan kymmenkertainen sen välittömästi oikealla puolella olevaan sarakkeeseen nähden. Tämä vastaa maailmanlaajuiseen käyttöön vakiintuneen kymmenjärjestelmän käytäntöä, jossa kunkin yksikön arvo on aina kymmenkertainen oikealla olevaan nähden.



KUVA 6.23: Luvut 0–9 esitettyinä *sorobanin* avulla.

Lähde:
https://en.wikipedia.org/wiki/Soroban

6.11.2 Helmitaulujen erot ja niiden kehitys

Palataan nyt edellä johdattelemaamme kiehtovaan eroon kiinalaisen *suanpanin* ja japanilaisen *sorobanin* helmien lukumäärien välillä. Kiinalaisen *suanpanin* $5 + 2$ -asetelma ei suinkaan ollut muinaisten kiinalaisten huolimattomuudesta johtunut virheliike, vaan käytetyn konfiguraation taustalla vaikuttivat puhtaasti historialliset syyt: *suanpan* kehitettiin alunperin kiinalaisten torikauppiaiden tarpeisiin, jotka päivittäisessä työssään käyttivät esineitä punnitessaan perinteisia kiinalaisia mittayksiköitä, jotka perustuivat kymmenjärjestelmän sijaan *heksadesimaalijärjestelmään*. Vastaavaan tapaan kuin *sorobanissa* ylemmällä tasolla olevat helmet ovat kaikki viiden yksikön arvoisia ja alemmalla tasolla olevat helmet yhden yksikön arvoisia, joten *suanpanin* $5+2$ -konfiguraatiolla voidaan esittää kaikki kokonaisluvut välillä $0,1,\ldots,15$ (eli heksadesimaalijärjestelmän luvut 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F). *Suanpanissa* oli siis juuri niin monta helmeä kuin sujuvaan laskemiseen heksadesimaalijärjestelmässä tarvittiinkin.

Suanpania pystyttiin toki käyttämään myös kymmenjärjestelmän laskutoimitusten suorittamiseen, kunhan (tässä käyttötarkoituksessa) ylimääräiset helmet vain muistettiin jättää huomioimatta. *Suanpanille* kehitettiin kuitenkin varta vasten myös sellaisia kymmenjärjestelmän laskutekniikoita, jotka tarkoituksellisesti hyödynsivät heksadesimaalijärjestelmän tarpeisiin kehitettyä $5+2$ -konfiguraatiota.

Sorobanin vakiintunut $4+1$ -asetelma ei syntynyt hetkessä, vaan se oli pidemmän aikavälin kehityksen tulos. Alkuperäisessä *sorobanissa* oli nimittäin esikuvansa *suanpanin* tavoin seitsemän helmeä kussakin helmitaulun sarakkeessa. Useammassa vaiheessa tehtyjen muutosten myötä *sorobanin* helmien lukumäärää päätettiin vähentää alkuperäisestä seitsemästä ensin kuuteen ja myöhemmin nykyiseen viiteen. Nykyisin myös modernit *suanpanit* noudattavat tätä japanilaisten käyttöön ottamaa $4+1$ -asetelmaa, koska heksadesimaalijärjestelmään perustuneet vanhat kiinalaiset mittayksiköt eivät ole maassa enää aktiivisesti käytössä. (Kojima, 2012; Martzloff, 2007; Mikami, 1913.)

***Soroban* tämän päivän Japanissa**

Suanpanin tavoin myös *sorobanilla* on vielä tänäkin päivänä Japanissa oma vakiintunut käyttäjäkuntansa, vaikkakin elektroniset laskimet ovatkin pitkälti syrjäyttäneet perinteiset helmitaulut tavallisten kansalaisten päivittäiseen käyttöön omaksumien laskentavälineiden joukossa. *Soroban* on esimerkiksi vielä tänäkin päivänä käytössä joidenkin japanilaisten peruskoulujen matematiikan alkeisopetuksessa, koska sen avulla on helppo havainnollistaa kymmenjärjestelmän lukuja visuaalisesti (The League of Japan Abacus Associations (珠算連盟), 2018). Kuriositeettina mainittakoon lisäksi, että Japanin kauppa- ja teollisuuskamari *Nippon shōkō kaigisho* (日本商工会議所) järjestää jopa erillisiä koetilaisuuksia (珠算能力検定試験 *shuzan nōryoku kentei shiken*) helmitaulun käyttäjille ns. *soroban*-ajokortin suorittamiseksi (ks. Japanin kauppa- ja teollisuuskamari (日本商工会議所), 2018). Joissakin uudemmissa 1900-luvun lopulla markkinoille tulleissa *sorobaneissa* helmitaulun yhteyteen on integroitu myös perinteinen digitaalisella numeronäytöllä varustettu elektroninen laskin, mikä ilmentää omalla kiehtovalla tavallaan japanilaiselle yhteiskunnalle ominaista piirrettä, jossa uusi ja vanha elävät kumpikin samanaikaisesti sulassa sovussa keskenään.

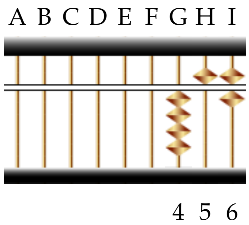
6.12 Laskutoimitukset *sorobanilla*

Tässä luvussa tutustumme käytännön esimerkkien avulla siihen, miten *sorobanilla* on mahdollista suorittaa lukujen yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja sekä määrittää lukujen neliöjuuria. Esimerkeissä on selvyyden vuoksi jätetty piirtämättä kaikki OFF-tilassa olevat helmet, ts. kaikki kuvassa näkyvät helmet ovat ON-asennossa. Havainnollisuuden vuoksi jokainen helmitaulun sarake on nimetty kirjaimin A–O. Lisäksi jokaisen sarakkeen alle on helppolukuisuuden vuoksi merkitty arabialaisin numeroin, mitä lukuarvoa sarakkeessa olevat helmet kulloinkin vastaavat. Poikkeuksen tähän tekevät nollasarakkeet: ne on merkitty eksplisiittisesti näkyviin vain silloin, kun nolla-arvot ovat laskutoimitusten suorittamisen kannalta relevantteja. Laskuesimerkit on laadittu kirjoittajien Gullberg (1997), Heffelfinger ja Flom (2004) sekä Kojima (2012) töissään esittämien helmitaulun käyttöohjeiden pohjalta.

6.12.1 Yhteenlasku

Esimerkki. Laske $456 + 789$.

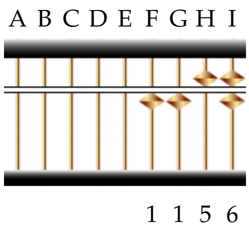
1. Muodostetaan ensimmäinen yhteenlaskettava, luku 456, sarakkeisiin GHI.



2. Lisätään luvun 789 sadat luvun 456 satoihin. Koska

$$400 + 700 = 1100,$$

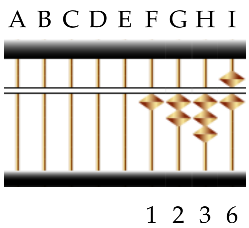
niin summan tuhansia kuvaavaan sarakkeeseen F ja satoja kuvaavaan sarakkeeseen G tulee kumpaankin arvoksi 1.



3. Lisätään luvun 789 kymmenet luvun 1156 kymmeniin. Koska

$$150 + 80 = 230,$$

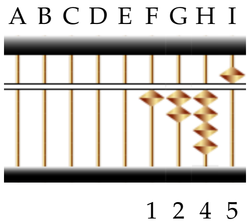
niin summan satoja kuvaavaan sarakkeeseen G tulee arvoksi 2 ja kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen H arvoksi 3.



4. Lisätään luvun 789 ykköset luvun 1236 ykkösiin. Koska

$$36 + 9 = 45,$$

niin summan kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen H tulee arvoksi 4 ja ykkösiä kuvaavaan sarakkeeseen I arvoksi 5.

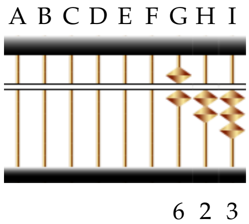


5. Kysytyn yhteenlaskun tulos on siis 1 245.

6.12.2 Vähennyslasku

Esimerkki. Laske $623 - 375$.

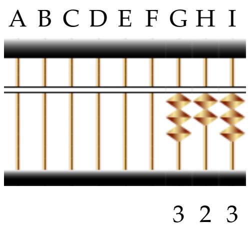
1. Aloitetaan muodostamalla vähennettävä, luku 623, sarakkeisiin GHI.



2. Vähennetään luvun 623 sadoista luvun 375 sadat. Koska

$$600 - 300 = 300,$$

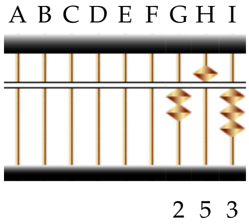
niin erotuksen satoja kuvaavaan sarakkeeseen G tulee arvoksi 3.



3. Vähennetään luvun 323 kymmenistä luvun 375 kymmenet. Tämä tehdään lainaamalla luvun 323 sadoista ”1” (lukua 100 vastaava arvo) luvun 323 kymmeniin. Koska

$$\begin{aligned} 300 - 100 &= 200, && \Big\| \text{ lainaus} \\ 20 + 100 &= 120, && \Big\| \text{ lainauksen lisäys} \\ 120 - 70 &= 50, && \Big\| \text{ erotus} \end{aligned}$$

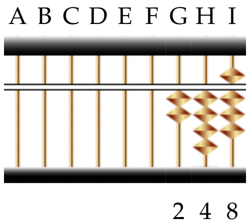
niin erotuksen satoja kuvaavaan sarakkeeseen G tulee arvoksi 2 ja kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen H arvoksi 5.



4. Vähennetään luvun 253 ykkösistä luvun 375 ykköset. Vastaavasti kuin edellä, lainataan luvun 253 kymmenistä ”1” (lukua 10 vastaava arvo) luvun 253 ykkösiin. Koska

$$
\begin{aligned}
50 - 10 &= 40, && \Vert\ \text{lainaus} \\
3 + 10 &= 13, && \Vert\ \text{lainauksen lisäys} \\
13 - 5 &= 8, && \Vert\ \text{erotus}
\end{aligned}
$$

niin erotuksen kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen H tulee arvoksi 4 ja ykkösiä kuvaavaan sarakkeeseen I arvoksi 8.



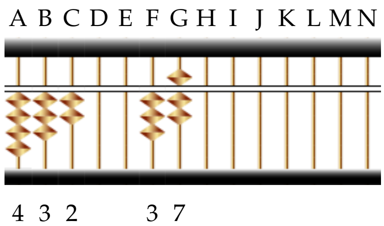
5. Kysytyn vähennyslaskun tulos on siis 248.

6.12.3 Kertolasku

Suoritettaessa kertolaskuja *sorobanilla*, kerrottava (toinen tulontekijä) sijoitetaan helmitaulun vasempaan osaan ja kertoja (ensimmäinen tulontekijä) sen oikealle puolelle. Koska tulon ensimmäinen numero tulee siihen sarakkeeseen, jossa kertojan viimeinen numero on laskutoimituksen alkuvaiheessa, on kertojan oikealle puolelle jätettävä riittävästi tilaa kertolaskun tulosta varten.

Esimerkki. Laske 37×432.

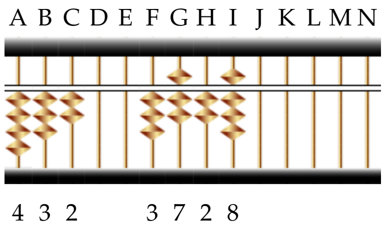
1. Aloitetaan muodostamalla helmistä kertoja 37 sarakkeisiin FG ja kerrottava 432 sen vasemmalle puolelle sarakkeisiin ABC. Viisinumeroinen kertolaskun tulos muodostuu sarakkeisiin GHIJK.



2. Kerrotaan luvun 37 ykköset luvun 432 sadoilla. Koska

$$7 \times 400 = 2800,$$

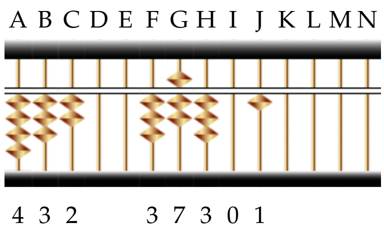
niin tulon tuhansia kuvaavaan sarakkeeseen H tulee arvoksi 2 ja satoja kuvaavaan sarakkeeseen I arvoksi 8.



3. Kerrotaan luvun 37 ykköset luvun 432 kymmenillä. Koska

$$7 \times 30 = 210,$$
$$2800 + 210 = 3010,$$

niin tulon tuhansia kuvaavaan sarakkeeseen H tulee arvoksi 3, satoja kuvaavaan sarakkeeseen I arvoksi 0 ja kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen J arvoksi 1.

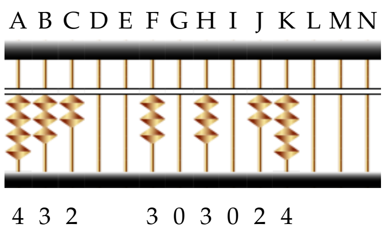


4. Kerrotaan luvun 37 ykköset luvun 432 ykkösillä. Koska

$$7 \times 2 = 14,$$
$$3010 + 14 = 3024,$$

niin tulon kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen J tulee arvoksi 2 ja ykkösiä kuvaavaan sarakkeeseen K arvoksi 4.

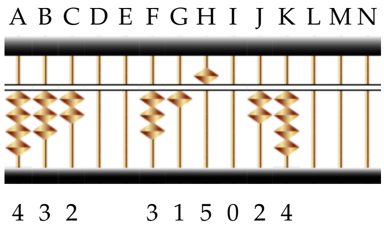
Luvun 37 ykkösillä suoritettavat laskutoimitukset on nyt saatu päätökseen, joten luvun 37 ykkösiä kuvaavan sarakkeen G arvo asetetaan nollaksi.



5. Kerrotaan luvun 37 kymmenet luvun 432 sadoilla ja lisätään saatu tulos sarakkeisiin GH. Koska

$$30 \times 400 = 12000,$$
$$12000 + 3024 = 15024,$$

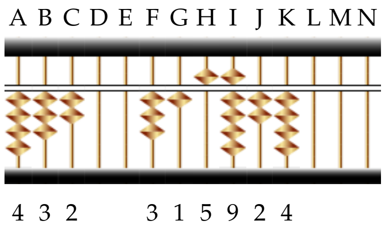
niin tulon kymmeniätuhansia kuvaavaan sarakkeeseen G tulee arvoksi 1 ja tuhansia kuvaavaan sarakkeeseen H arvoksi 5.



6. Kerrotaan luvun 37 kymmenet luvun 432 kymmenillä ja lisätään saatu tulos sarakkeeseen I. Koska

$$30 \times 30 = 900,$$
$$15024 + 900 = 15924,$$

niin tulon satoja kuvaavaan sarakkeeseen I tulee arvoksi 9.

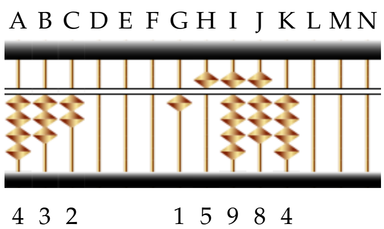


7. Kerrotaan luvun 37 kymmenet luvun 432 ykkösillä ja lisätään saatu tulos sarakkeeseen J. Koska

$$30 \times 2 = 60,$$
$$15924 + 60 = 15984,$$

niin tulon kymmeniä kuvaavaan sarakkeeseen J tulee arvoksi 8.

Luvun 37 kymmenillä suoritettavat laskutoimitukset on nyt saatu päätökseen, joten luvun 37 kymmeniä kuvaavan sarakkeen F arvo asetetaan nollaksi.



8. Kysytyn kertolaskun tulos on siis 15 984.

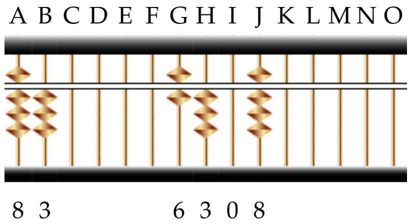
6.12.4 Jakolasku

Suoritettaessa jakolaskuja *sorobanin* avulla, tehdään jakokulman tavoin toistuvasti vertailuja siitä, kuinka monta kertaa tarkasteltava luku (jakaja) menee toiseen vertailtavaan lukuun (jaettava). Perusperiaatteena on, että etenemme jaettavan numeroita koskevissa jaollisuustarkasteluissa askel kerrallaan vasemmalta oikealle, ja kussakin vaiheessa saatu jakolaskun osamäärä (= kuinka monta kertaa tarkasteltava luku sisältyy toiseen lukuun) kirjataan aina käytetyn jaettavan välittömästi vasemmalla puolella olevaan sarakkeeseen.

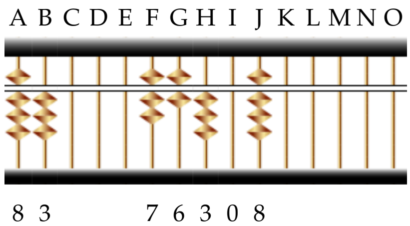
Esimerkiksi, jos tarkastelemme kuinka monta kertaa sarakkeen A luku 5 sisältyy sarakkeissa EF olevaan lukuun 31, kirjaamme osamäärän 6 sarakkeeseen D.

Esimerkki. Laske 6308/83.

1. Aloitetaan muodostamalla helmistä jakaja 83 taulun vasempaan laitaan ja jaettava 6308 sen oikealle puolelle.



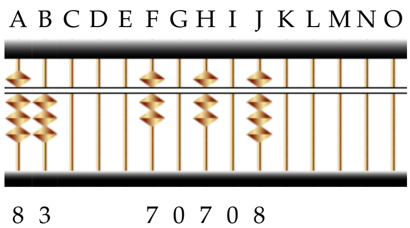
2. Tarkastellaan luvun 83 ensimmäistä numeroa ja luvun 6308 ensimmäistä numeroa. Luku 8 ei mene kertaakaan lukuun 6, joten luvusta 6308 otetaan mukaan vielä seuraavakin numero. Koska luku 8 menee seitsemän kertaa lukuun 63, niin luvun 6308 välittömästi vasemmalla puolella olevaan sarakkeeseen F tulee arvoksi 7.



3. Kerrotaan jakajan 83 ensimmäinen numero äsken saadulla osamäärällä 7 ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden GH lukuarvosta 63. Koska

$$8 \times 7 = 56,$$
$$63 - 56 = 7,$$

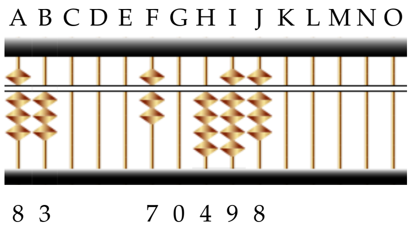
niin sarakkeen G arvoksi tulee nolla ja sarakkeen H arvoksi 7.



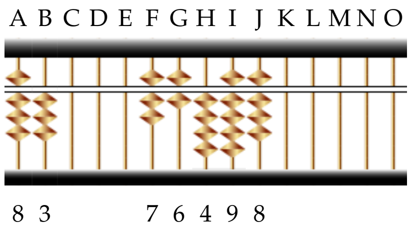
4. Seuraavaksi kerrotaan jakajan 83 toinen numero äsken saadulla osamäärällä 7 ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden HI lukuarvosta 70. Koska

$$3 \times 7 = 21,$$
$$70 - 21 = 49,$$

niin sarakkeen H arvoksi tulee 4 ja sarakkeen I arvoksi 9.



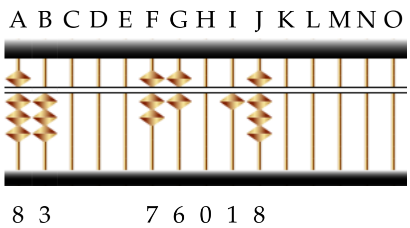
5. Tarkastellaan luvun 83 ensimmäistä numeroa ja lukua 49. Koska luku 8 menee kuusi kertaa lukuun 49, niin sarakkeen G arvoksi tulee 6.



6. Kerrotaan jakajan 83 ensimmäinen numero äsken saadulla osamäärällä 6 ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden HI lukuarvosta 49. Koska

$$8 \times 6 = 48,$$
$$49 - 48 = 1,$$

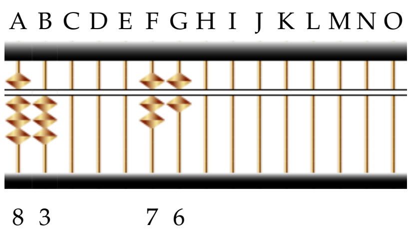
niin sarakkeen H arvoksi tulee nolla ja sarakkeen I arvoksi 1.



7. Seuraavaksi kerrotaan jakajan 83 toinen numero edellä saadulla osamäärällä 6 ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden IJ lukuarvosta 18. Koska

$$3 \times 6 = 18,$$
$$18 - 18 = 0,$$

niin sarakkeisiin I ja J tulee kumpaankin nolla.



8. Kysytyn jakolaskun tulos on siis 76.

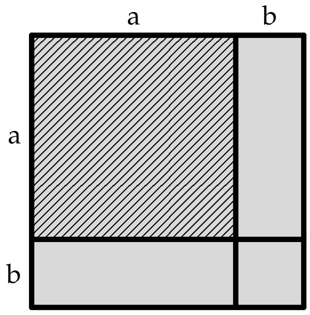
6.12.5 Neliöjuuri

Seuraavaksi siirrymme käsittelemään neliöjuurten laskemista *sorobanin* avulla. Menetelmä perustuu Fukutarō Katōn (加藤福太郎 *Katō Fukutarō*), 1960-luvulla Brasiliassa eläneen japanilaisen *sorobanin* opettajan käyttämään lähestymistapaan, joka on esitelty vuonna 1961 Katōn kirjoittamassa portugalinkielisessä oppikirjassa nimeltä *Soroban – Pelo Método Moderno* eli *Soroban nykyaikaisin menetelmin*. Esittelemme ensin Katōn teoksessaan esittämän neliöjuurilaskennan idean ja sen jälkeen havainnollistamme menetelmän käyttöä laskuesimerkkien avulla.

Fukutarō Katōn menetelmä

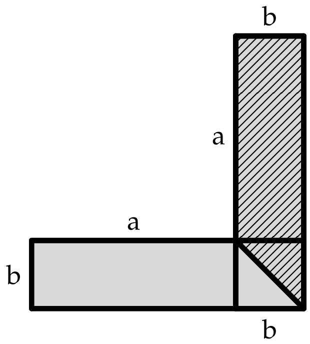
Havainnollistamme seuraavaksi Katōn menetelmää graafisesti käyttäen kokonaislukujuurrettavia. Rajoittuminen kokonaislukujuurrettaviin on puhtaasti visualisoinnin asettama rajoite, ei menetelmästä johtuva syy. Ensimmäisessä havainnollistuksessa oletamme, että juurrettava luku N on kolmi- tai nelinumeroinen neliöluku (jolloin juuri $\sqrt{N}$ on kaksinumeroinen) ja toisessa havainnollistuksessa oletamme, että juurrettava luku N on viisi- tai kuusinumeroinen neliöluku (jolloin juuri $\sqrt{N}$ on kolminumeroinen).

Visualisointi 1: Juurrettava N on kolmi- tai nelinumeroinen neliöluku.



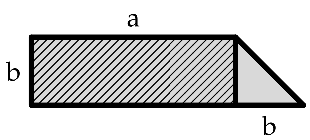
Kuvio A

1. Tarkastellaan kuviota A. Oletetaan, että kuvion A suurin neliö, jonka sivujen pituus on $a + b$, vastaa lukua $\sqrt{N}$. Haluamme löytää sellaisen kaksinumeroisen luvun, että luvun numeroina ovat $\frac{a}{10}$ ja b, ja jolle pätee, että $(a + b)^2 = N$. Jos ehdot täyttävä luku onnistutaan löytämään, luvun N neliöjuuri saadaan yksinkertaisesti poistamalla luvusta $(a + b)^2$ neliöönkorotus.



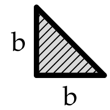
Kuvio B

2. Poistetaan kuviosta A väritetty a^2-kokoinen neliö, jolloin saadaan viereinen kuvio B. Kuvio B koostuu kahdesta suorakulmiosta, jonka sivujen pituudet ovat a ja b, sekä neliöstä, jonka sivujen pituus on b. Kuvion B pinta-ala on siten $2ab + b^2$.



Kuvio C

3. Seuraavaksi kuvio B puolitetaan, jolloin jäljelle jää viereisen kuvan mukainen kuvio C. Kuvio C koostuu suorakulmiosta, jonka sivujen pituudet ovat a ja b, sekä tasakylkisestä kolmiosta, jonka kylkien pituus on b. Kuvion C pinta-ala on $ab + \frac{b^2}{2}$, eli puolet kuvion B pinta-alasta.

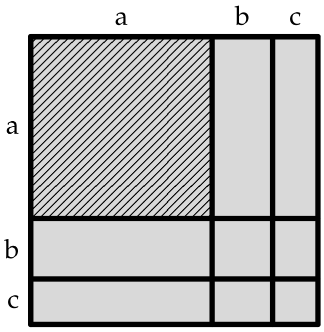


Kuvio D

4. Edelleen, kun kuviosta C poistetaan väritetty ab-kokoinen suorakulmio, jää jäljelle enää kuvion D pieni tasakylkinen kolmio, jonka pinta-ala on $\frac{b^2}{2}$.

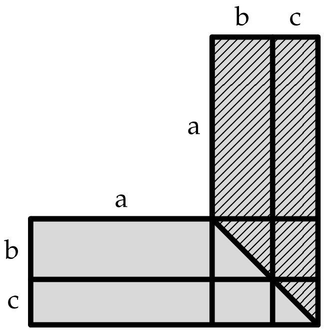
5. Viimeiseksi, kun kuviosta D otetaan pois vielä tämä pieni tasakylkinen kolmio, ei kuviossa ole tämän jälkeen enää mitään poistettavaa – olettaen, että juurrettava luku N on neliöluku.

Visualisointi 2: Juurrettava N on viisi- tai kuusinumeroinen neliöluku.



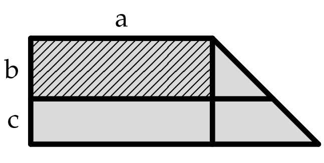
Kuvio A

1. Oletetaan, että kuvion A suurin neliö, jonka sivujen pituus on $a + b + c$, vastaa lukua $\sqrt{N}$. Haluamme löytää sellaisen kolminumeroisen luvun, että luvun numeroina ovat $\frac{a}{100}$, $\frac{b}{10}$ ja c, ja jolle pätee, että $(a+b+c)^2 = N$. Jos ehdot täyttävä luku onnistutaan löytämään, luvun N neliöjuuri saadaan yksinkertaisesti poistamalla luvusta $(a+b+c)^2$ neliöönkorotus.



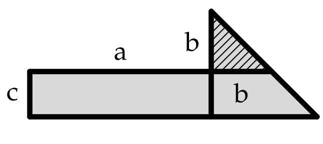
Kuvio B

2. Poistetaan kuviosta A väritetty a^2-kokoinen neliö, jolloin saadaan viereinen kuvio B. Kuvio B koostuu kahdesta suorakulmiosta, jonka sivujen pituudet ovat a ja $b + c$, sekä neliöstä, jonka sivujen pituus on $b + c$. Kuvion B pinta-ala on siten $2ab + 2ac + 2bc + b^2 + c^2$.



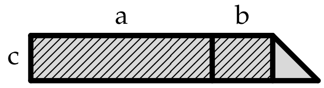
Kuvio C

3. Seuraavaksi kuvio B puolitetaan, jolloin jäljelle jää viereisen kuvan mukainen kuvio C. Kuvio C koostuu suorakulmiosta, jonka sivujen pituudet ovat a ja $b + c$, sekä tasakylkisestä kolmiosta, jonka kylkien pituus on $b + c$. Kuvion C pinta-ala on $ab + ac + bc + \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2}$, eli puolet kuvion B pinta-alasta.



Kuvio D

4. Kun kuviosta C poistetaan väritetty ab-kokoinen suorakulmio, saadaan kuvio D. Kuvio D koostuu suorakulmiosta, jonka sivujen pituudet ovat a ja c, sekä tasakylkisestä kolmiosta, jonka kylkien pituus on $b + c$. Kuvion D pinta-ala on siten $ac + bc + \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2}$.



Kuvio E

5. Seuraavaksi, kun kuviosta D poistetaan pieni tasakylkinen kolmio, jonka pinta-ala on $\frac{b^2}{2}$, saadaan kuvio E. Kuviossa E on suorakulmainen kolmio, jonka sivujen pituudet ovat $a + b$ ja c, sekä tasakylkinen kolmio, jonka kylkien pituus on c. Kuvion E pinta-ala on siten $(a + b)c + \frac{c^2}{2}$.

Kuvio F

6. Edelleen, kun kuviosta E poistetaan väritetty suorakulmio, jonka pinta-ala on $(a + b)c$, jää jäljelle enää kuvion F pieni tasakylkinen kolmio, jonka pinta-ala on $\frac{c^2}{2}$.

7. Viimeiseksi, kun kuviosta F otetaan pois vielä tämä pieni tasakylkinen kolmio, ei kuviossa ole tämän jälkeen enää mitään poistettavaa – olettaen, että juurrettava luku N on neliöluku.

Edellä esitettyä logiikkaa noudattamalla voidaan laatia vastaavanlaiset graafiset visualisoinnit myös suuremmille kuin kaksi- tai kolminumeroisille kokonaislukujuurrettaville. Katōn menetelmän ideaa voidaan kuitenkin soveltaa myös muille kuin kokonaislukujuurrettaville kuten tulemme huomaamaan, mutta koska näiden graafinen havainnollistaminen on hankalampaa kuin kokonaislukujen, oli rajoitteita käytännöllisistä syistä edellä tarpeen tehdä.

Laskuesimerkkejä neliöjuurista

Tutustutaan seuraavaksi siihen, miten neliöjuuria voidaan käytännössä laskea Katōn menetelmän avulla. Esimerkeissä skaalaamme juurrettavat luvut ensin välille $(1, 100)$ ja skaalaamme tuloksen lopuksi oikean suuruiseksi. Tässä yhteydessä skaalaus tarkoittaa olennaisesti juurrettavan kertomista luvulla 10^{2k} ja juuren kertomista luvulla 10^{-k} sopivalla $k \in \mathbb{Z}$, mutta prosessia on käytännöllisempää ajatella puhtaasti desimaalipilkun siirtämisen kautta. Eli jos neliöjuuri halutaan laskea luvusta, joka ei sisälly välille $(1, 100)$, niin ennen laskennan aloittamista juurrettavaa lukua skaalataan desimaalipilkkua siirtämällä *kahden yksikön ryppäissä* niin monta kertaa, että skaalattu lukuarvo saadaan halutulle lukuvälille, ja laskennan päätteeksi pilkkua siirretään vastakkaiseen suuntaan *yhden yksikön ryppäissä* yhtä monta kertaa kuin siirtoja tehtiin laskutoimituksen alussa.

Esimerkiksi, jos halutaan laskea luvun 34127 neliöjuuri, desimaalipilkkua siirretään $2 \times 2 = 4$ yksikköä vasemmalle, jolloin juuri lasketaankin luvulle 3,4127. Luvun 34127 juuri saadaan johdettua vastauksesta siirtämällä pilkkua kaksi yksikköä oikealle. Vastaavasti, jos halutaan laskea vaikkapa luvun 0,516 neliöjuuri, desimaalipilkkua siirretään $1 \times 2 = 2$ yksikköä oikealle, jolloin juuri lasketaankin luvulle 51,6. Tässä tapauksessa kysytyn luvun juuri saataisiin siirtämällä pilkkua lopuksi yhden yksikön verran vasemmalle.

Varsinaisessa helmitaululla suoritettavissa neliöjuurilaskuissa noudatetaan yleisesti seuraavaa periaatetta:

1. Vähennä juurrettavasta suurin mahdollinen neliöluku.

2. Puolita jäljellä olevat numerot.

3. Tutki, kuinka monta kertaa vasemmalla olevat luvut menevät oikealla oleviin lukuihin (vrt. jakolasku).

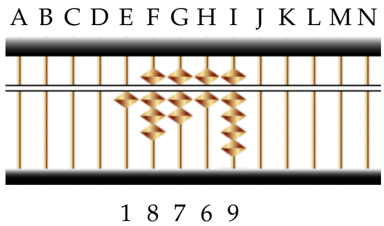
4. Kerro yksi kerrallaan vasemmalle muodostuneita numeroita edellisessä kohdassa saadulla luvulla ja vähennä kertolaskun tulos oikealla olevista sarakkeista. Jos kertolaskun tulos on neliöluku, vähennetään vain luvun puolikas.

Kuvattu menettely on luonteeltaan kisällin muistilappuun rinnastettava käytännön toimintaohje, mutta sen mielessä pitäminen auttaa seuraavien laskuesimerkkien välivaiheiden hahmottamista ja on siten hyvä ohjenuora neliöjuurilaskentaa opettelevalle *sorobanin* käyttäjälle.

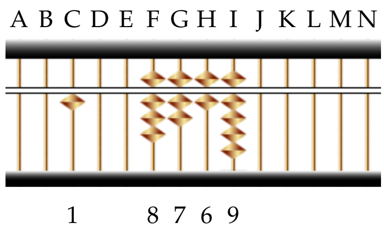
Esimerkki 1. Laske $\sqrt{18769}$.

1. Koska juurrettava 18769 ei sisälly välille $(1, 100)$, niin desimaalipilkkua siirretään $2 \times 2 = 4$ yksikköä vasemmalle. Tehtäväksi jää siis laskea luvun 1,8769 neliöjuuri.

   Muodostetaan helmistä luku 1,8769 *sorobanin* sarakkeisiin EFGHI.



2. Etsitään suurin mahdollinen neliöluku x, jolle $x < 1{,}8769$. Huomataan, että $x = 1$ on suurin ehdot täyttävä luku. Asetetaan luku $\sqrt{x} = 1$ sarakkeeseen C, ja vähennetään luku $x = 1$ sarakkeesta E.



3. Puolitetaan juurrettavan loput numerot.

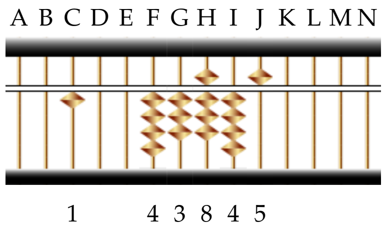
   (a) Koska $8/2 = 4$, niin sarakkeeseen F tulee arvoksi 4.

   (b) Koska $7/2 = 3$ jää 1, niin sarakkeeseen G tulee arvoksi 3, ja sarakkeeseen H siirtyy muistiin ”1”.

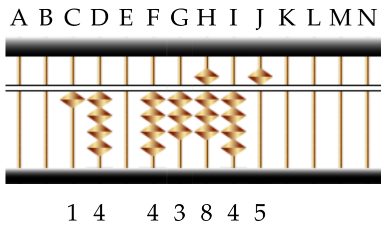
   (c) Koska $16/2 = 8$, niin sarakkeeseen H tulee arvoksi 8.

   (d) Koska $9/2 = 4$ jää 1, niin sarakkeeseen I tulee arvoksi 4, ja sarakkeeseen J siirtyy muistiin ”1”.

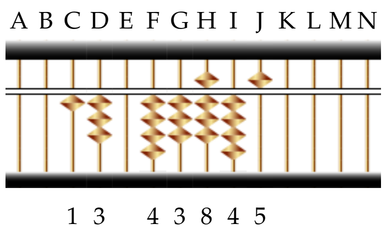
   (e) Koska $10/2 = 5$, niin sarakkeeseen J tulee arvoksi 5.



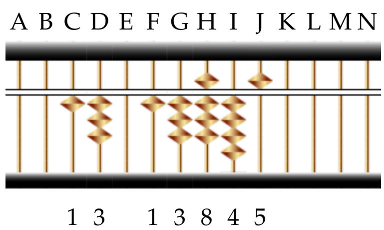
4. Tarkastellaan, kuinka monta kertaa sarakkeen C luku 1 menee sarakkeen F lukuun 4. Koska luku 1 menee lukuun 4 neljä kertaa, sarakkeeseen D asetetaan arvoksi 4. Sarakkeissa CD on nyt luku 1,4.



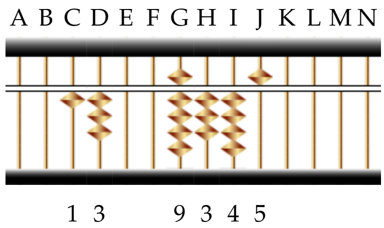
5. Tarkastellaan seuraavaksi, kuinka monta kertaa sarakkeiden CD luku 1,4 menee sarakkeen F lukuun 4. Osoittautuu, että sarakkeen D luku 4 on liian suuri, koska luku 1,4 ei mene neljä kertaa sarakkeen F lukuun 4. Kokeillaan siis sarakkeisiin CD lukua 1,3. Koska luku 1,3 menee kolme kertaa sarakkeen F lukuun 4, voidaan siirtyä eteenpäin.



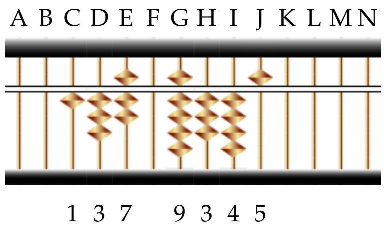
6. Kerrotaan sarakkeen D arvo sarakkeen C arvolla ja vähennetään saatu tulos sarakkeen F arvosta. Koska $3 \times 1 = 3$ ja $4 - 3 = 1$, niin sarakkeeseen F tulee arvoksi 1.



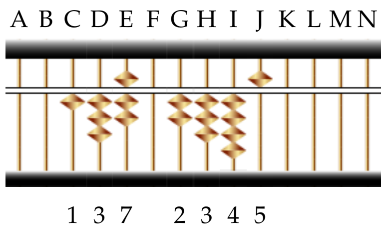
7. Kerrotaan sarakkeen D arvo itsellään ja vähennetään saadun neliöluvun puolikas sarakkeiden FGH arvosta. Koska $3 \times 3 = 9$ ja $9/2 = 4{,}5$, niin sarakkeiden FG luvusta 13 vähennetään luku 4 ja sarakkeen H luvusta 8 luku 5. Sarakkeeseen F tulee siis arvoksi 0, sarakkeeseen G arvoksi 9 ja sarakkeeseen H arvoksi 3.



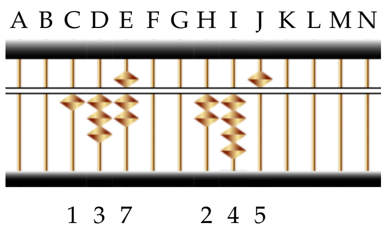
8. Tarkastellaan, kuinka monta kertaa sarakkeiden CD luku 1,3 menee sarakkeiden FG lukuun 9. Koska luku 1,3 menee seitsemän kertaa lukuun 9, sarakkeeseen E tulee arvoksi 7.



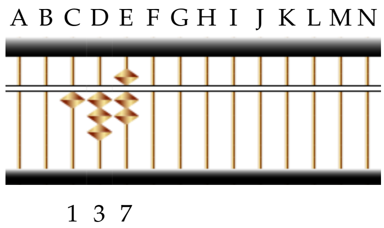
9. Kerrotaan sarakkeen E luku 7 sarakkeen C arvolla 1 ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden FG arvosta 9. Koska $7 \times 1 = 7$ ja $9 - 7 = 2$, niin sarakkeeseen G tulee arvoksi 2.



10. Kerrotaan sarakkeen E luku 7 sarakkeen D luvulla 3 ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden GH arvosta 23. Koska $7 \times 3 = 21$ ja $23 - 21 = 2$, niin sarakkeeseen G tulee arvoksi 0 ja sarakkeeseen H arvoksi 2.



11. Kerrotaan sarakkeen E arvo itsellään ja vähennetään saadun neliöluvun puolikas sarakkeiden HIJ arvosta. Koska $7 \times 7 = 49$ ja $49/2 = 24{,}5$, niin sarakkeisiin HIJ tulee arvoksi nolla.



12. Nyt voimme päätellä *sorobanista* tehtävän vastauksen. Koska

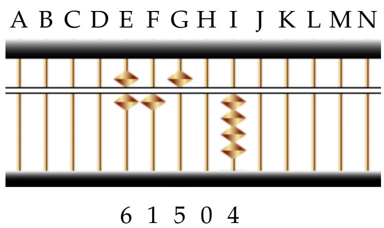
$$\sqrt{1{,}8769} = 1{,}37,$$

niin

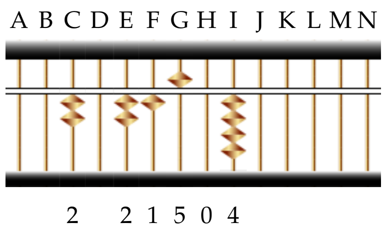
$$\sqrt{18769} = 137.$$

Esimerkki 2. Laske $\sqrt{6{,}1504}$.

1. Koska juurrettava 6,1504 sisältyy jo valmiiksi välille $(1, 100)$, ei pilkkua ole tällä kertaa tarpeen siirtää. Muodostetaan helmistä luku 6,1504 *sorobanin* sarakkeisiin EFGHI.



2. Etsitään suurin mahdollinen neliöluku x, jolle $x < 6{,}1504$. Huomataan, että $x = 4$ on suurin ehdot täyttävä luku. Asetetaan luku $\sqrt{x} = 2$ sarakkeeseen C, ja vähennetään luku $x = 4$ sarakkeesta E.



3. Puolitetaan juurrettavan loput numerot.

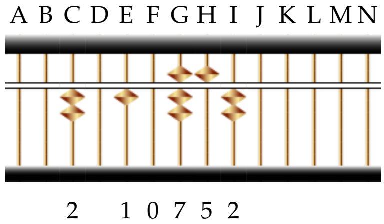
   (a) Koska $2/2 = 1$, niin sarakkeeseen E tulee arvoksi 1.

   (b) Koska $1/2 = 0$ jää 1, niin sarakkeeseen F tulee arvoksi 0, ja sarakkeeseen G siirtyy muistiin "1".

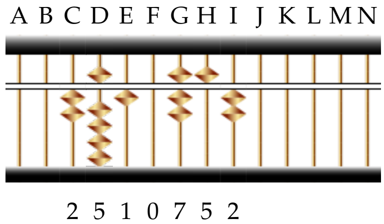
   (c) Koska $15/2 = 7$ jää 1, niin sarakkeeseen G tulee arvoksi 7, ja sarakkeeseen H siirtyy muistiin "1".

   (d) Koska $10/2 = 5$, niin sarakkeeseen H tulee arvoksi 5.

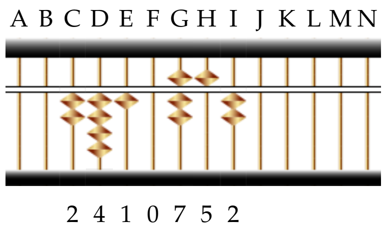
   (e) Koska $4/2 = 2$, niin sarakkeeseen I tulee arvoksi 2.



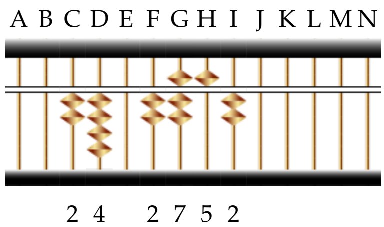
4. Tarkastellaan, kuinka monta kertaa sarakkeen C luku 2 menee sarakkeiden EF lukuun 10. Koska luku 2 menee sarakkeiden EF lukuun 10 viisi kertaa, sarakkeeseen D asetetaan arvoksi 5. Sarakkeissa CD on nyt luku 2,5.



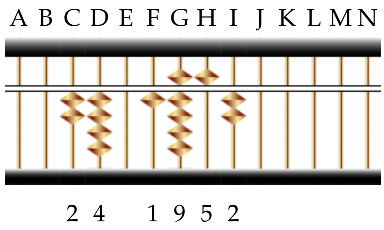
5. Tarkastellaan seuraavaksi, kuinka monta kertaa sarakkeiden CD luku 2,5 menee sarakkeiden EF lukuun 10. Osoittautuu, että sarakkeen D luku 5 on liian suuri, koska luku 2,5 ei mene viisi kertaa sarakkeiden EF lukuun 10. Kokeillaan siis sarakkeisiin CD lukua 2,4. Koska luku 2,4 menee lukuun 10 neljä kertaa, voidaan siirtyä eteenpäin.



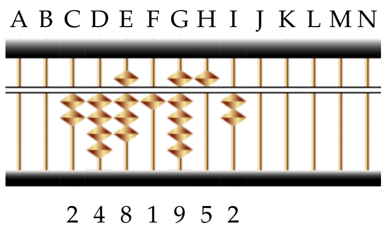
6. Kerrotaan sarakkeen D arvo sarakkeen C arvolla ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden EF arvosta. Koska $4 \times 2 = 8$ ja $10 - 8 = 2$, niin sarakkeisiin EF tulee arvoksi 2.



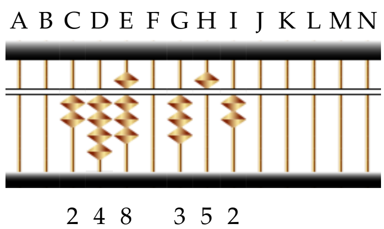
7. Kerrotaan sarakkeen D arvo itsellään ja vähennetään saadun neliöluvun puolikas sarakkeiden FG arvosta. Koska $4 \times 4 = 16$ (neliöluku), niin sarakkeiden FG arvosta 27 vähennetään kyseisen neliöluvun puolikas. Koska $16/2 = 8$ ja $27 - 8 = 19$, niin sarakkeisiin FG tulee arvoksi 19.



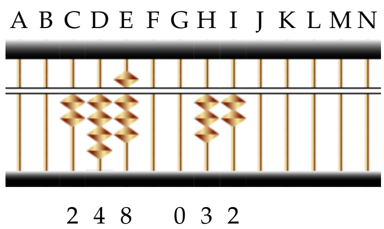
8. Tarkastellaan, kuinka monta kertaa sarakkeiden CD luku 2,4 menee sarakkeiden FGH lukuun 19,5. Koska luku 2,4 menee kahdeksan kertaa lukuun 19,5, sarakkeeseen E asetetaan arvoksi 8.



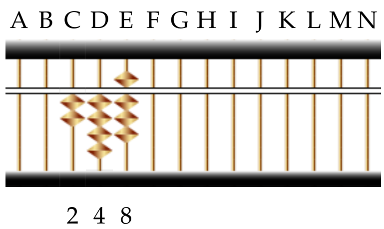
9. Kerrotaan sarakkeen E arvo sarakkeen C arvolla ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden FG arvosta. Koska $8 \times 2 = 16$ ja $19 - 16 = 3$, niin sarakkeisiin FG tulee arvoksi 3.



10. Kerrotaan sarakkeen E arvo sarakkeen D arvolla ja vähennetään saatu tulos sarakkeiden GH arvosta. Koska $8 \times 4 = 32$ ja $35 - 32 = 3$, niin sarakkeeseen GH tulee arvoksi 3.



11. Kerrotaan sarakkeen E arvo itsellään, jolloin saadaan $8 \times 8 = 64$. Koska kyseessä on neliöluku, niin sarakkeista HI vähennetään kyseisen neliön puolikas. Koska $64/2 = 32$ ja $32 - 32 = 0$ niin sarakkeisiin HI tulee arvoksi 0.



12. Luvun 6,1504 juuri on siis 2,48.

Luku 7

Johtopäätökset

Japanin kansanuskonnolla shintolaisuudella ja myöhemmin myös buddhalaisuudella on ollut maan kulttuurihistoriallisen kehityksen kannalta keskeinen merkitys. Aikojen saatossa uskonnot ovat sekoittuneet ja kietoutuneet vahvasti toisiinsa ja niiden rakentama elämänkatsomuksellinen perusta on toiminut japanilaisten viitekehyksenä niin yhteiskunnallisissa muutosprosesseissa kuin sivistyksellisen kehityksen jatkumossakin. Geometrisista muodoista erityisesti ympyrällä on ollut japanilaisissa uskomuksissa erityislaatuinen asema, mikä on vaikuttanut olennaisesti myös maassa harjoitetun matematiikan tutkimuksen fokukseen.

Aina 1800-luvulle asti suurin osa Japaniin saapuneista kulttuurivaikutteista oli kiinalaista alkuperää. Jo muinaisen Yamato-valtion perustamisen alkuaikoina maahan saapui kiinalaisena tuontituotteena mm. kiinalainen kalenteri- ja kirjoitusjärjestelmä, maanviljelyksen perusperiaatteet sekä yleinen hallintojärjestelmällinen rakenne. Japania ryhdyttiin kehittämään kiinalaisen sivistysvaltion näyttämän esimerkin mukaisesti, joka puolestaan perustui kungfutselaiseen yhteiskuntafilosofiseen näkemykseen.

Keisarikuntana Japanin korkeimman tason valta on ollut muodollisesti jumalalliseksi mielletyllä keisaridynastialla, mutta todellisuudessa poliittinen päätäntävalta on kuitenkin ollut lähes koko Japanin historian ajan maata johtaneen sotilashallinnon eli shogunaatin käsissä, aina vuoden 1868 Meiji-restauraatioon saakka. Samanaikaisesti paikallistasolla valta on ollut samurai-luokkaan kuuluneilla lääninherroilla eli daimioilla, jotka huolehtivat itsenäisesti omien läänitysalueidensa hallinnollisista asioista.

Korkea-arvoisimmat samurai-luokan jäsenet muodostivat maan oppineen virkamiehistön, jotka opiskelivat valtion hallinnollisissa tehtävissä tärkeitä matemaattisia taitoja, kuten verotusta ja taloudenpitoa. Buddhalaisuuden leviämisen myötä buddhalaiset munkit toivat mukanaan myös monia muita kulttuurivaikutteita ja oppineisuutta, kuten lääketieteellistä osaamista. Munkkien harjoittaman opetustyön myötä samuraiden koulutustaso alkoi kasvaa ja pian myös samuraitkin alkoivat perustaa omia koulujaan. Ennen Edo-kautta samurait eivät kuitenkaan nähneet kouluttautumista vielä itseisarvoisesti tärkeänä, vaan opiskelun päämääränä oli ennen kaikkea saavuttaa maan asiantuntijatehtävissä tärkeitä taitoja ja osaamista. Korkeamman tason oppineisuuden kehityksen ja arvostuksen onkin pitkälti kiittäminen buddhalaisia munkkeja, jotka pitivät tärkeänä myös omaehtoista itsensä kehittämistä, mikä liittyi osaltaan buddhalaisuuden keskiössä olevaan valaistuksen tavoitteluun.

Edo-kauden tietämillä, kun helmitaulu levisi Japanissa laajamittaiseen käyttöön, se syrjäytti nopeasti siihen asti laskennan tukena käytetyt laskentapuikot kansan jokapäiväiseen käyttöön omaksumien matemaattisten apuvälineiden joukossa. Korkeampiluokkaiset samurait kuitenkin jatkoivat edelleen laskentapuikkojen käyttöä, osaltaan siksi että he halusivat erottautua muusta väestönosasta, mutta toisaalta siksi, että laskentapuikot soveltuivat helmitaulua paremmin mm. yhtälöiden ratkaisemiseen.

Edo-kauden aikana maahan syntyivät myös ensimmäiset tavallisille japanilaisille suunnatut kansalliset oppilaitokset munkkien alettua perustaa temppeleiden yhteyteen ns. temppelikouluja (*terakoya*), joissa opetettiin jokapäiväisessä elämässä välttämättömiä perustaitoja, kuten lukemista ja laskentoa – jälkimmäistä juuri helmitaulun avulla. Samanaikaisesti korkeamman tason matematiikkaa opiskeltiin yksityiskouluissa suljettujen ovien takana, pienelle sopivaksi katsotulle ja maksukykyiselle väestönosalle.

Maassa Edo-kaudella harjoitetun sulkeutumispolitiikan myötä japanilaiset alkoivat kehittää omaa kansallista matematiikan suuntaustaan, *wasan*-matematiikkaa, joka perustui Kiinasta levinneisiin matemaattisiin oppeihin, mutta joka erkani siitä nopeasti omille urilleen. Erityisen tunnetuksi tuli *wasan*-matemaatikko Seki Takakazun kehittämä *tenzan jutsu* –nimellä tunnettu symbolisen manipuloinnin menetelmä, joka oli eräässä mielessä japanilainen matemaattisen algebran esiaste. Yhtenä *wasan*-matematiikalle ominaisena perinteenä olivat *sangaku*-taulut, jotka olivat geometrisia ongelmia sisällään pitäviä puisia voliittitauluja, joita annettiin uhrilahjoina paikallisille temppeleille ja pyhäköille; vastaavaa toimintaa ei ollut harjoitettu missään muualla Aasiaa.

Edo-kauden aikaisesta kukoistuksestaan huolimatta Meiji-restauraation uudistusten myötä japanilainen *wasan*-matematiikka hylättiin kuitenkin käytännössä kokonaan ja sen tilalla Japanissa alettiin järjestelmällisesti opettaa länsimaista matematiikkaa, jonka etuina olivat mm. käytettyjen merkintöjen yksiselitteisyys sekä matemaattisten teorioiden poikkitieteellinen sovellettavuus. Maa aloitti voimakkaan länsimaalaistumisen, ja mittavien uudistustoimien sekä myöhemmin maailmansotia seuranneen tehokkaan jälleenrakentamisen myötä aikaisemmin samuraiden asuttamasta feodaaliyhteiskunnasta tuli vuosisadan kuluessa yksi maailman suurimmista teknologia- ja talousmahdeista.

Viitteet

Amdur, E. (2002). *Women Warriors of Japan: The Role of the Arms-Bearing Women in Japanese History (Part 2).* Koryu.com. Lainattu 31.3.2018, saatavilla https://koryu.com/library/wwj2.html

Aoyama, H., Fujiwara, Y., Ikeda, Y., Iyetomi, H., & Souma, W. (2010). *Econophysics and Companies: Statistical Life and Death in Complex Business Networks*. Cambridge University Press.

Aston, W. G. (1896). *Nihongi: Chronicles of Japan from the Earliest Times to A.D. 697* (osa 1). Society.

Aston, W. G. (1899). *A History of Japanese Literature*. Lontoo: W. Heinemann. Lainattu, saatavilla https://archive.org/details/historyofjapanes00astouoft

Baba, T., Iwasaki, H., Ueda, A., & Date, F. (2012). Values in Japanese Mathematics Education: Their Historical Development. *ZDM*, *44*(1), s. 21–32. doi: 10.1007/s11858-012-0406-1

Barreveld, D. J. (2001). *The Dutch Discovery of Japan: The True Story Behind James Clavell's Famous Novel Shogun*. iUniverse.

Bartholomew, J. R. (1989). *The Formation of Science in Japan: Building a Research Tradition*. Ann Arbor, Michigan: Yale University Press.

Ben-Menahem, A. (2009). *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences* (osa 1). Springer Science & Business Media.

Boxer, C. R. (1967). *The Christian Century in Japan 1549–1650*. Berkeley and Los Angeles: University of California Press. Lainattu, saatavilla https://archive.org/details/THECHRISTIANCENTURYINJAPAN15491650CRBOXER

Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2011). *A History of Mathematics*. John Wiley & Sons.

Chamberlain, B. H. (1905). *Things Japanese: Being Notes on Various Subjects Connected with Japan for the Use of Travellers and Others* (5. p.). Lontoo: J. Murray. Lainattu, saatavilla https://archive.org/details/thingsjapanesebe00chamuoft

Chamberlain, B. H. (2012). *Kojiki: Records of Ancient Matters*. Tuttle Publishing.

Collins, S. (2014). *The 1940 Tokyo Games: The Missing Olympics: Japan, the Asian Olympics and *the Olympic Movement*. Routledge.

Cullen, L. M. (2003). *A History of Japan, 1582–1941: Internal and External Worlds*. Cambridge University Press.

Dolan, R. E., & Worden, R. L. (1992). *Japan: A Country Study*. Headquarters, Dept. of the Army.

Dore, R. P. (1965). *Education in Tokugawa Japan*. University of California Press.

Dower, J. W. (2000). *Embracing Defeat: Japan in the Wake of World War II*. W. W. Norton & Company.

Dudley, U. (2013). *Die Macht der Zahl: Was die Numerologie uns weismachen will*. Springer.

Fält, O. K. (1992). *Japanin ja Kiinan kulttuurihistoriaa*. Turku: Turun yliopiston täydennyskoulutuskeskus.

Fält, O. K., Nieminen, K., Tuovinen, A., & Vesterinen, I. (1994). *Japanin kulttuuri*. Keuruu: Otava.

Frédéric, L. (2002). *Japan Encyclopedia* (K. Roth, käänt.). Cambridge, Mass.: Belknap Press of Harvard University Press.

Fukagawa, H., & Rothman, T. (2008). *Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry*. Princeton: Princeton University Press.

Go-Toba (2018). *Encyclopædia Britannica.* Lainattu 18.3.2018, saatavilla https://www.britannica.com/biography/Go-Toba

Gordon, A. (2003). *A Modern History of Japan: From Tokugawa Times to the Present*. Oxford University Press New York.

Griffis, W. E. (1883). *The Mikado's Empire.* New York: Harper & Brothers. Lainattu, saatavilla https://archive.org/details/mikadosempire01grifgoog

Gullberg, J. (1997). *Mathematics: From the Birth of Numbers*. New York: W. W. Norton & Company.

Hardy, G. H., & Wright, E. M. (1979). *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.

Hayek, M., & Horiuchi, A. (2014). *Listen, Copy, Read: Popular Learning in Early Modern Japan*. Brill.

Heeffer, A. (2008). An Introduction to Wasan, Native Japanese Mathematics. *History and*

Pedagogy of Mathematics, *68*, 20–24.

Heffelfinger, T., & Flom, G. (2004). *Abacus: Mystery of the Bead.* Lainattu, saatavilla http://mduchin.math.tufts.edu/UMich/385/soroban.pdf

Holcombe, C. (2017). *A History of East Asia*. Cambridge University Press.

Horiuchi, A. (1998). Les mathématiques peuvent-elles n'être que pur divertissement? Une analyse des tablettes votives de mathématiques à l'époque d'Edo. *Extrême-Orient, Extrême-Occident*, *20*(20), 135–156.

Hosking, R. (2016). *Sangaku: A Mathematical, Artistic, Religious, and Diagrammatic Examination* (Väitöskirja, Canterburyn yliopisto). Lainattu, saatavilla http://hdl.handle.net/10092/12912

Japanin kauppa- ja teollisuuskamari (日本商工会議所) (2018). そろばん（珠算能力）検定試験. Lainattu 26.3.2018, saatavilla http://www.kentei.org/shuzan/

Japanin keisarillinen edikti (日本の勅令) (1898). 閏年ニ關スル件 (nro 90).

Japanin ulkoasiainministeriö (外務省) (2014). 外交史料 *Q&A.* Lainattu 18.2.2018, saatavilla http://www.mofa.go.jp/mofaj/annai/honsho/shiryo/qa/sonota_01.html

Kapusta, J. (2004). The Square, the Circle and the Golden Proportion: A New Class of Geometrical Constructions. *Forma*, *19*, 293–313. Lainattu, saatavilla http://www.scipress.org/journals/forma/pdf/1904/19040293.pdf

Keally, C. T. (2009). *Kofun Culture.* Japanese Archaeology. Lainattu 17.11.2017, saatavilla http://www.t-net.ne.jp/~keally/kofun.html

Kirsch, P. (1990). *The Galleon: The Great Ships of the Armada Era*. Naval Institute Press.

Kodama, D. (2003). Komakino Stone Circle and Its Significance for the Study of Jomon Social Structure. *Senri Ethnological Studies*, *63*, 235–261. doi: 10.15021/00002749

Kojima, T. (2012). *Japanese Abacus Use & Theory*. Tuttle Publishing.

Kornicki, P. F. (2001). *The Book in Japan: A Cultural History from the Beginnings to the Nineteenth Century*. University of Hawai'i Press.

Lindsey, C. (1997). *Archimedes' Approximation of Pi.* Florida Gulf Coast University. Lainattu 23.3.2018, saatavilla https://itech.fgcu.edu/faculty/clindsey/mhf4404/archimedes/archimedes.html

Maley, F. M., Robbins, D. P., & Roskies, J. (2005). On the Areas of Cyclic and Semicyclic Polygons. *Advances in Applied Mathematics*, *34*(4), 669–689. doi: 10.1016/j.aam.2004.09

.008

Martzloff, J.-C. (2007). *A History of Chinese Mathematics*. Springer.

Matthew C. Perry (2018). *Encyclopædia Britannica.* Lainattu 20.3.2018, saatavilla https://www.britannica.com/biography/Matthew-C-Perry

Melton, J. V. H. (2001). *The Rise of the Public in Enlightenment Europe*. Cambridge University Press.

Mikami, Y. (1913). *The Development of Mathematics in China and Japan*. Chelsea.

Muir, T. (1906). *The Theory of Determinants in the Historical Order of Development* (osa 1). Macmillan and Company.

National Diet Library (2011). *Japanese Mathematics in the Edo Period.* Lainattu 20.3.2018, saatavilla http://www.ndl.go.jp/math/e/

National Diet Library (2016). *The Japanese Calendar.* Lainattu 20.3.2018, saatavilla http://www.ndl.go.jp/koyomi/e/

O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (2001). *Golden Ratio.* Lainattu 26.3.2018, saatavilla http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Golden_ratio.html

Ogawa, T. (2001). A Review of the History of Japanese Mathematics [Aperçu sur l'histoire des mathématiques japonaises]. *Revue d'histoire des mathématiques*, *7*(1), 137–155.

Oja, H. (2013). *Aikakirja 2013* (6. p.). Helsinki: Helsingin yliopiston almanakkatoimisto. Lainattu, saatavilla https://almanakka.helsinki.fi/images/aikakirja/Aikakirja2013kokonaan.pdf

Okakura-Kakuzo, F. S. K. (1908). Chinese and Japanese Mirrors. *Museum of Fine Arts Bulletin*, *6*(32), 9–14. Lainattu, saatavilla http://www.jstor.org/stable/4423378

Pi. (2018). Encyclopædia Britannica. Lainattu 21.3.2018, saatavilla https://www.britannica.com/science/pi-mathematics

Plofker, K. (2009). *Mathematics in India*. Springer.

Reader, I. (1991a). Letters to the Gods: The Form and Meaning of Ema. *Japanese Journal of Religious Studies*, *18*(1), 24–50. Lainattu, saatavilla http://www.jstor.org/stable/30233428

Reader, I. (1991b). *Religion in Contemporary Japan*. University of Hawaii Press.

Reenpää, T. (1999). *Bu, samurain ammatti* (2. p.). Helsinki: Japanilaisen kulttuurin ystävät.

Richardson, L. F. (1911). The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, *210*(459–470), 307–357. doi: 10.1098/rsta.1911.0009

Roberts, J. (2009). *Japanese Mythology A to Z* (2. p.). Infobase Publishing.

Rubinger, R. (1995). Continuity and Change in Mid-Nineteenth-Century Japanese Education. Teoksessa J. J. Shields (toim.), *Japanese Schooling: Patterns of Socialization, Equality, and Political Control* (4. p., s. 224–233). Pennsylvania: Penn State University Press.

Sakanishi, S. (1937). Prohibition of Import of Certain Chinese Books and the Policy of the Edo Government. *Journal of the American Oriental Society*, *57*(3), 290–303. Lainattu, saatavilla http://www.jstor.org/stable/594583

Sansom, G. B. (1958). *A History of Japan to 1334* (osa 1). Stanford: Stanford University Press.

Sansom, G. B. (1961). *A History of Japan, 1334–1615.* Stanford: Stanford University Press.

Smith, D. E., & Mikami, Y. (1914). *A History of Japanese Mathematics*. Chicago: The Open Court Publishing Company.

Sugano, K. (2017). *Sangaku: Sacred Mathematics in Japan* (Pro gradu -tutkielma, Kalifornian yliopisto). Lainattu, saatavilla https://escholarship.org/uc/item/7d97v5bj

Takenouchi, O. (2004). Some Characteristic Features of Wasan: The Japanese Traditional Mathematics. Teoksessa H. Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, P. Y. Lee, S. Lerman, & T. Sawada (toim.), *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education* (s. 197–199). Dordrecht: Springer Netherlands. doi: 10.1007/1-4020-7910-9_49

Tamura, Y. (2001). *Japanese Buddhism: A Cultural History*. Kosei Publishing Co. Ltd.

Tarkiainen, L. E. (2013). *Matematiikan opetus Japanissa* (Pro gradu -tutkielma, Helsingin yliopisto). Lainattu, saatavilla http://urn.fi/URN:NBN:fi-fe2017112252046

The League of Japan Abacus Associations (珠算連盟) (2018). *Soroban in Education and Modern Japanese Society*. Lainattu 26.3.2018, saatavilla http://www.shuzan.jp/english/education/education.html

The Taika Reforms (2018). *Encyclopædia Britannica*. Lainattu 17.3.2018, saatavilla https://www.britannica.com/place/Japan/The-Taika-reforms

Tokyo Metropolitan Library (2011). *Edo Learning*. Lainattu 15.3.2018, saatavilla https://www.library.metro.tokyo.jp/portals/0/edo/tokyo_library/english/gakumon/

Tourunen, M. (2011). *Matematiikan opetus Suomessa ja Japanissa* (Pro gradu -tutkielma, Jyväskylän yliopisto). Lainattu, saatavilla http://urn.fi/URN:NBN:fi:jyu-201206201912

Turnbull, S. (2018). *Battle of Sekigahara.* Encyclopædia Britannica. Lainattu 21.3.2018, saatavilla https://www.britannica.com/event/Battle-of-Sekigahara

Turner, L. (2018). *Rational Approximations to π.* Southwestern Adventist University. Lainattu 23.3.2018, saatavilla http://turner.faculty.swau.edu/mathematics/materialslibrary/pi/pirat.html

Volkov, A. (2017). *Zu Chongzhi.* Encyclopædia Britannica. Lainattu 18.3.2018, saatavilla https://www.britannica.com/biography/Zu-Chongzhi

Weisstein, E. W. (1999). *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*. CRC Press.

Whaley, L. J. (1996). *Introduction to Typology: The Unity and Diversity of Language*. Sage Publications.

Wilson, D. (2000). *The History of Pi.* Rutgers University. Lainattu 19.3.2018, saatavilla http://sites.math.rutgers.edu/~cherlin/History/Papers2000/wilson.html

Wilson, J. (2013). *The Forgotten Trigonometric Functions, or How Trigonometry Was Used in the Ancient Art of Navigation (Before GPS!).* University of Georgia. Lainattu, saatavilla http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT6680Fa2013/Lively/Forgotten%20Trig/The_Forgotten_Trigonometric_Functions.pdf

Witek, J. W. (2014). *Pierre Jartoux.* Lainattu 20.3.2018, saatavilla http://www.bdcconline.net/en/stories/j/jartoux-pierre.php

大八洲 (2018). 大辞林 *(Daijirin-sanakirja).* Lainattu 20.3.2018, saatavilla https://kotobank.jp/word/%E5%A4%A7%E5%85%AB%E6%B4%B2-39642

磤馭慮島 (2018). 大辞林 *(Daijirin-sanakirja).* Lainattu 20.3.2018, saatavilla https://kotobank.jp/word/%E7%A3%A4%E9%A6%AD%E6%85%AE%E5%B3%B6-453810